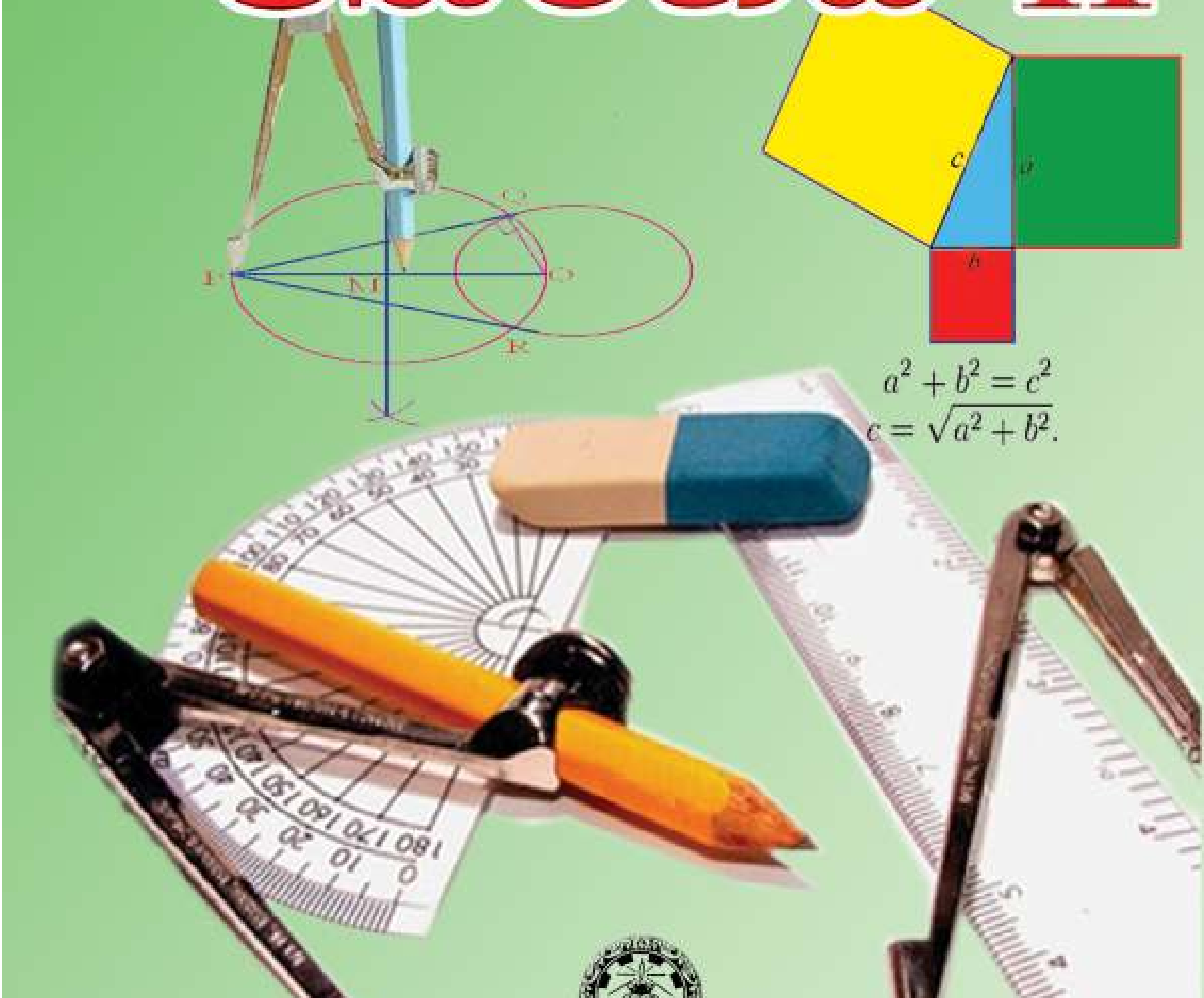
ජ්‍යාමිතිය II



ගණිත දෙපාර්තමේන්තුව
විද්‍යා හා තාක්ෂණ පීඨය
ජාතික අධ්‍යාපන ආයතනය
මහරගම
ශ්‍රී ලංකාව
2010

ජ්‍යාමිතිය - II

ගණිත දෙපාර්තමේන්තුව
විද්‍යා හා තාක්ෂණ පීඨය
ජාතික අධ්‍යාපන ආයතනය
මහරගම
ශ්‍රී ලංකාව

ජ්‍යාමිතිය - II

ප්‍රථම මුද්‍රණය 2010

ISBN

ගණිත දෙපාර්තමේන්තුව
විද්‍යා හා තාක්ෂණ පීඨය
ජාතික අධ්‍යාපන ආයතනය

වෙබ් අඩවිය : www.nie.lk

මුද්‍රණය :

පෙරවදන

කනිෂ්ඨ ද්විතීයික අවධියේ දී සිසුන්ට අධ්‍යයනය කිරීමට නියමිත ගණිත විෂයයෙහි ජ්‍යාමිතිය තේමාව සම්බන්ධයෙන් වූ විෂය කරුණු කෙරෙහි සමහර සිසුන් ප්‍රියතාවක් නොමැති බැව් පාසල් පද්ධතිය තුළින් නිතර ම ඉස්මතු වේ. ජ්‍යාමිතිය මූලික සංකල්ප නිවැරදි ව අවබෝධ කර ගෙන නිවැරදි තර්කන ඔස්සේ තර්ක කරමින්, දෙන ලද තොරතුරුවලට ගැළපෙන රූප සටහන් නිවැරදි ව සකස් කර ගනිමින් ජ්‍යාමිතිය තේමාව සිසුනට ප්‍රියතාවකින් යුතුව ඉදිරිපත් කිරීමට මෙම පොත ප්‍රයෝජනවත් වේ.

සිසුන්ට ජ්‍යාමිතිය ඉගැන්වීමේ දී ඉහත සඳහන් තත්ත්ව ගැන ඉතාමත් ඕනෑකමකින් සොයා බලමින් කටයුතු කිරීමට ගණිත ගුරුභවතුන්ට ශක්තියක් ලබා දීම මඟින් සිසුන්ට ජ්‍යාමිතිය ප්‍රියතාවකින් ඉගෙනීමට අවස්ථා ලබා දිය හැකි ය. 6-.9 ශ්‍රේණියට අදාළ ජ්‍යාමිතිය විෂය කරුණු අනුපිළිවෙළින් සරලව ඉදිරිපත් කරමින් ජ්‍යාමිතිය- I සම්පත් ග්‍රන්ථය මීට පෙර ඉදිරිපත් කරනු ලැබූ අතර මෙම ජ්‍යාමිතිය II ග්‍රන්ථය මගින් 10-.11 ශ්‍රේණිවලට අදාළ ජ්‍යාමිතිය විෂය කරුණු ඉදිරිපත් කර ඇත. 6.-11 ශ්‍රේණිවල ගණිතය උගන්වන ගුරුභවතුන්ට, මෙම ග්‍රන්ථය පරිශීලනය කිරීම මඟින් සිසුන්ට ජ්‍යාමිතිය විෂයය ප්‍රියතාවක් ඇති කර විය හැකි ය.

ස්වකීය දරුවන්ගේ ඉගෙනීම කෙරෙහි නිතර ම අවධානයෙන් පසුවන දෙමව්පියන්, තම දරුවන්ට කියවීමට සුදුසු අතිරේක පොත පත ගැන දැඩි උනන්දුවකින් පසුවන මෙවන් අවධියක, ඒ සඳහා තම දරුවන් අතට ලබා දිය හැකි ග්‍රන්ථයක් ලෙස මෙම ජ්‍යාමිතිය II ග්‍රන්ථය සුදුසු බැවින් දෙමව්පියන්ගේ ද අවධානය මේ සඳහා යොමු කරවීමට කැමැත්තෙමි.

ජාතික අධ්‍යාපන ආයතනයේ ගණිතය දෙපාර්තමේන්තුවේ 6.-11 ශ්‍රේණි ගණිත ව්‍යාපෘති කණ්ඩායම හා ප්‍රවීණ ගුරු අධ්‍යාපනඥයින් පිරිසක් විසින් සකස් කරන ලද මෙම ග්‍රන්ථය ගැන යම් සංවර්ධනාත්මක යෝජනා ඇත්නම් ඒවා සියල්ල ම ජාතික අධ්‍යාපන ආයතනයේ ගණිත දෙපාර්තමේන්තුවට යොමු කරන මෙන් ද ඉල්ලා සිටිමි.

ආචාර්ය උපාලි එම්. සේදර
අධ්‍යක්ෂ ජනරාල්
ජාතික අධ්‍යාපන ආයතනය

හැඳින්වීම

ගණිතය විෂයමාලාව තේමා හයකින් සමන්විත වන අතර ඉන් ජ්‍යාමිතිය තේමාවට ලැබෙනුයේ ඉහළ ම ස්ථානයකි. ජ්‍යාමිතිය හැදෑරීම තුළින් සිසුන්ගේ තර්කන හැකියාව වර්ධනය කරගැනීමට අවස්ථාව උදාවනවා මෙන් ම, මෙම තර්කන හැකියාව ගණිතයේ යෙදෙන අනෙකුත් තේමා ඔස්සේ ඇති ගැටලු විසඳීමට ද රුකුලක් වනු ඇත.

ජ්‍යාමිතියේ දී බොහෝ විට සංඛ්‍යාවලින් බැහැරව වියුක්ත සංකල්ප, මනසේ ගොඩනගා ගැනීමට සිදුවන නිසා සිසුන්ට ග්‍රහණය කර ගැනීමට තරමක් දුරට අපහසු වන බවට මතයක් පවතී. මේ නිසාම ජ්‍යාමිතිය කොටස ඉගෙන ගැනීම අතහැර දැමීම හෝ එය අමාරු විෂය ඒකකයක් ලෙස හෝ හැඳින්වීමට ගුරු සිසු දෙපාර්ශවයේ ම සමහර පිරිස් පුරුදුව ඇත. එලෙස ම අ.පො.ස. සාමාන්‍ය පෙළ විභාගයේ දී ජ්‍යාමිතිය සංකල්ප ඇසුරෙන් ඉදිරිපත් කරනු ලබන පහසු ගැටලු සඳහා ද පිළිතුරු ලිවීමට සිසුහු මැලිකමක් දක්වති.

ගුරුභවතුන්ට සහ සිසුන්ට ජ්‍යාමිතිය විෂය කරුණු ඇසුරෙන් සිංහල මාධ්‍යයෙන් ලියැවී ඇති සම්පත් ග්‍රන්ථ හිඟකම ද මෙම තත්ත්වයට බලපා ඇත.

මෙවැනි විවිධ කරුණු සැලකිල්ලට ගනිමින් සිසුනට ස්වයං අධ්‍යයනයට මඟපෑදෙන ලෙස 6.-9 ශ්‍රේණිවලට ගැලපෙන ලෙස මීට පෙර ජ්‍යාමිතිය - I සම්පත් ග්‍රන්ථය ඉදිරිපත් කරනු ලැබූ අතර, 10.-11 ශ්‍රේණිවලට ගැලපෙන සේ මෙම ජ්‍යාමිතිය -II සම්පත් ග්‍රන්ථය සකස් කර ඇත. ඉගෙනුම් - ඉගැන්වීම් ක්‍රියාවලියේ දී ජ්‍යාමිතිය විෂය කොටස් ප්‍රීතිජනක අයුරින් ඉගැන්වීමට මෙම පොත ගුරුභවතුන්ට ද රුකුලක් වනු ඇත.

10-11 ශ්‍රේණිවල විෂය නිර්දේශයන්ට අදාළ ව එම ශ්‍රේණි මට්ටම්වලට ගැලපෙන ලෙස සියලු ම ජ්‍යාමිතික කරුණු ඇතුළත් වන ලෙස ප්‍රධාන මාතෘකා 11 ක් ඔස්සේ ජ්‍යාමිතිය -II සම්පත් ග්‍රන්ථය සකස් කර ඇත. එක් එක් මාතෘකා සහ ඒවායේ අනු මාතෘකා ඔස්සේ අභ්‍යාස ද ඇතුළත් කර ඇති අතර එම සියලු ම අභ්‍යාස සඳහා පිළිතුරු ද පොතෙහි අවසානයේ සඳහන් කර ඇත.

මෙම සම්පත් ග්‍රන්ථය සංවර්ධනය කිරීමේ දී ගණිතය විෂය ප්‍රවීණයන්ගේ ද, ප්‍රවීණ ගණිත ගුරු භවතුන් සහ ගුරු උපදේශකවරුන්ගේ ද දායකත්වය ලැබ ජාතික අධ්‍යාපන ආයතනයේ ගණිත දෙපාර්තමේන්තුවේ 6-11 ශ්‍රේණි ගණිතය විෂය කණ්ඩායමේ මෙහෙයවීම යටතේ සිදු කර ඇත.

සිසුන්, ගුරුභවතුන් සැම දෙනාට ම එක සේ වැදගත් වන මෙම ජ්‍යාමිතිය සම්පත් ග්‍රන්ථය තුළින් ඉහළ ම ප්‍රතිලාභ ලබා ගනු ඇතැයි අපි හුදෙක් විශ්වාස කරමු.

611 ගණිත ව්‍යාපෘති කණ්ඩායම

උපදේශනය : ආචාර්ය උපාලි එම්. සේදර
අධ්‍යක්ෂ ජනරාල්
ජාතික අධ්‍යාපන ආයතනය.

විමල් සියඹලාගොඩ මයා
සහකාර අධ්‍යක්ෂ ජනරාල්
විද්‍යා හා තාක්ෂණ පීඨය,
ජාතික අධ්‍යාපන ආයතනය

අධ්‍යක්ෂණය : ලාල් එච්. විජේසිංහ මයා
අධ්‍යක්ෂ,
ගණිත දෙපාර්තමේන්තුව,
ජාතික අධ්‍යාපන ආයතනය.

සම්බන්ධීකරණය : ඩබ්ලිව්. එම්. බී. ජේ. විජේසේකර මිය
6-11 ගණිතය ව්‍යාපෘති කණ්ඩායම් නායක

විෂයමාලා කමිටුව :

ලාල් එච්. විජේසිංහ මයා	අධ්‍යක්ෂ, ජාතික අධ්‍යාපන ආයතනය
ඩබ්ලිව්. එම්. බී. ජේ. විජේසේකර මිය	ප්‍රධාන ව්‍යාපෘති නිලධාරී, ජාතික අධ්‍යාපන ආයතනය
කේ. ගනේෂලිංගම් මයා	ප්‍රධාන ව්‍යාපෘති නිලධාරී, ජාතික අධ්‍යාපන ආයතනය.
ජී. පී. එච්. ජගත් කුමාර මයා	ව්‍යාපෘති නිලධාරී, ජාතික අධ්‍යාපන ආයතනය.
එම්. නිල්මිණි පී. පීරිස් මිය	ව්‍යාපෘති නිලධාරී, ජාතික අධ්‍යාපන ආයතනය.
ජී. එල්. කරුණාරත්න මයා	ව්‍යාපෘති නිලධාරී, ජාතික අධ්‍යාපන ආයතනය.
එස්. රාජේන්ද්‍රන් මයා	ව්‍යාපෘති නිලධාරී, ජාතික අධ්‍යාපන ආයතනය

බාහිර සම්පත් දායකත්වය :

1.	ඩී. ලිස්ටන් සිල්වා මයා	ගුරු උපදේශක, කලාප අධ්‍යාපන කාර්යාලය, බලංගොඩ.
2.	එච්. එම්. ඒ. ජයසේන මයා	විශ්‍රාමික ගුරු උපදේශක
3.	බී. එම්. බිසෝමැණිකේ මිය	ගුරු උපදේශක කලාප අධ්‍යාපන කාර්යාලය, වාරියපොළ.
4.	ටී. වික්‍රමසූරිය මයා	ගුරු උපදේශක, කලාප අධ්‍යාපන කාර්යාලය, තංගල්ල.
5.	ඩී. එල්. බටුගහගේ මයා	විශ්‍රාමික පීඨාධිපති සියනෑ අධ්‍යාපන විද්‍යාපීඨය
6.	එම්. එස්. පී. කේ. අබේනායක මයා	ගුරු සේවය, බප/මතු/ප්‍රතිරාජ මහ පිරිවෙන, අගලවත්ත.
7.	එම්. ඒ. එස්. රබෙල් මිය	ගුරු සේවය, බප/ජය/කොටිකාවත්ත සෝමාදේවී බා.වි. මුල්ලේරියාව නවනගරය.
8.	ලාල් විජේකාන්ත මයා	ගුරු සේවය ශාන්ත තෝමස් විද්‍යාලයය ගල්කිස්ස.

පරිගණක වදන් සැකසීම : එස්. පී. ලියනගේ මිය
ජාතික අධ්‍යාපන ආයතනය.

පිටකවරය : එස්. ඒ. ශානිකා දිල්රුක්ෂි
පරිගණක චිත්‍ර නිර්මාණ ශිල්පී - ආධුනික
ජාතික අධ්‍යාපන ආයතනය.

පටුන

1. ත්‍රිකෝණ

මෙම පාඩම හැදෑරීමෙන් පසු ඔබට,

- සරල රේඛීය තල රූපයක අංග පිළිබඳ ව පැහැදිලි කිරීමට
- සමරූපතාව යන්න කුමක් දැයි විස්තර කිරීමට
- අංගසම නීති පැහැදිලි කිරීමට
- ත්‍රිකෝණයක අන්තර්ගත කෝණ පැහැදිලි කිරීමට
- ත්‍රිකෝණ දෙකක අනුරූප පාද නම් කිරීමට
- ත්‍රිකෝණ අංගසාම්‍යය පැහැදිලි කිරීමට
- ත්‍රිකෝණ දෙකක් අංගසම වීමේ අවම අවශ්‍යතා තීරණය කිරීමට
- ත්‍රිකෝණ අංගසම වීමේ අවස්ථා හතර විස්තර කිරීමට
- ත්‍රිකෝණ අංගසාම්‍යයට අදාළ ගැටලු විසඳීමට
- ත්‍රිකෝණයක පාදවලට සම්මුඛ කෝණ නම්කිරීමට
- ත්‍රිකෝණයක කෝණවලට සම්මුඛ පාද නම්කිරීමට
- "ත්‍රිකෝණයක පාද දෙකක් සමාන වූ විට ඒවාට සම්මුඛ කෝණ සමාන වේ" යන ප්‍රමේයය පැහැදිලි කිරීමට
- ඉහත ප්‍රමේයය විධිමත්ව සාධනය කිරීමට
- ඉහත ප්‍රමේයයේ විලෝමය ප්‍රකාශ කිරීමට හා සාධනය කිරිමට
- ඉහත ප්‍රමේයයන් භාවිතකර ගැටලු විසඳීමට

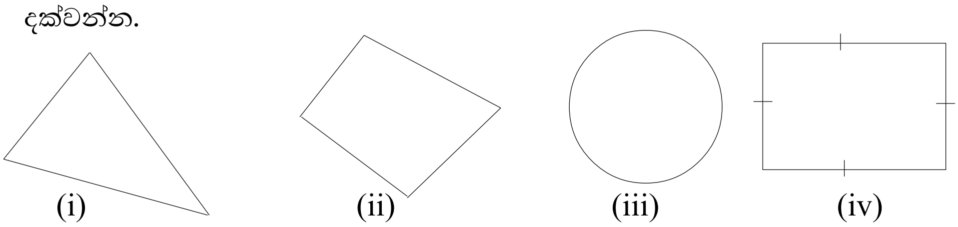
හැකියාව ලැබෙනු ඇත.

1.1 තල රූපයක අංග

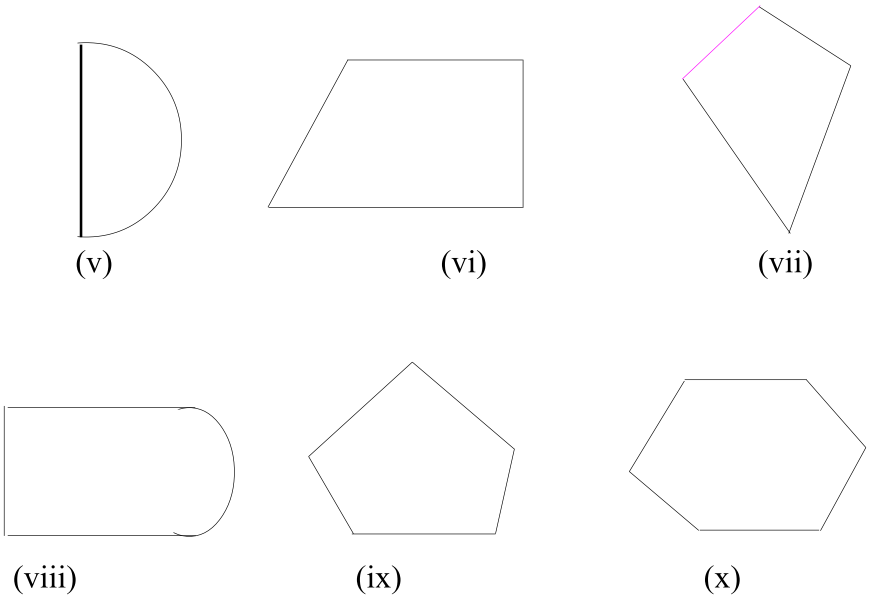
තල රූපයක අංග ලෙස තල රූපයේ අන්තර්ගතව ඇති පාද, කෝණ සහ චාප හැඳින්විය හැකි ය. සරල රේඛීය තල රූපයක ඇත්තේ පාද සහ කෝණ පමණි.

1.1 අභ්‍යාසය

1. පහත සඳහන් තල රූප අතරින් සරල රේඛීය තල රූප තෝරා අදාළ අංක ලියා දක්වන්න.



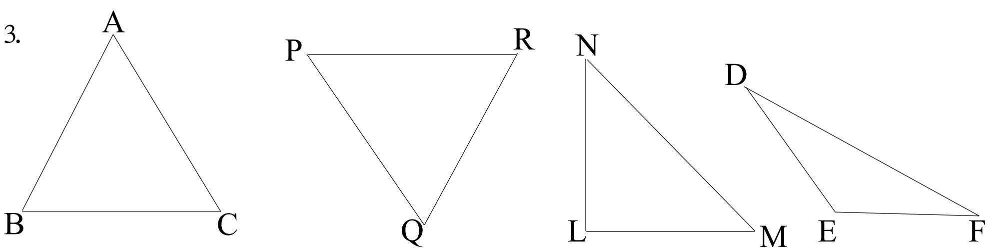
(i) (ii) (iii) (iv)



2. ඉහත තල රූප ඇසුරෙන් පහත වගුව සම්පූර්ණ කරන්න.

රූපය	රූපයේ අංග		
	පාද සංඛ්‍යාව	කෝණ සංඛ්‍යාව	චාප සංඛ්‍යාව
(i)			
(ii)			
(iii)			
....			
...			
...			

3.



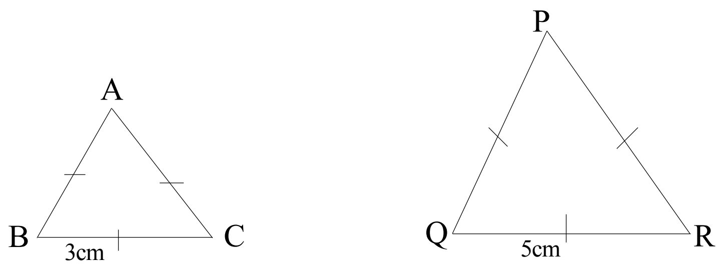
ඉහත රූපසටහන් ඇසුරෙන් පහත වගුව සම්පූර්ණ කරන්න.

රූපය	ත්‍රිකෝණයේ නම	ත්‍රිකෝණවල අංග	
		පාද	කෝණ
(i)			
(ii)			
(iii)			
(iv)			

1.2 සමරූපී රූප

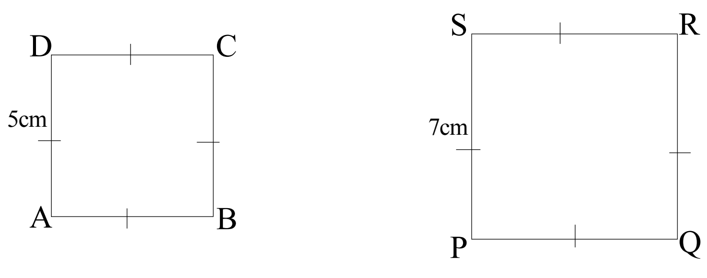
තල රූප දෙකක් හෝ කිහිපයක් සමාන හැඩයෙන් යුක්ත වේ නම් එවැනි තල රූප සමරූපී රූප ලෙස හැඳින් වේ. සමරූපී රූප ප්‍රමාණයෙන් සමාන වීම අත්‍යවශ්‍ය නොවේ.

නිදසුන 1



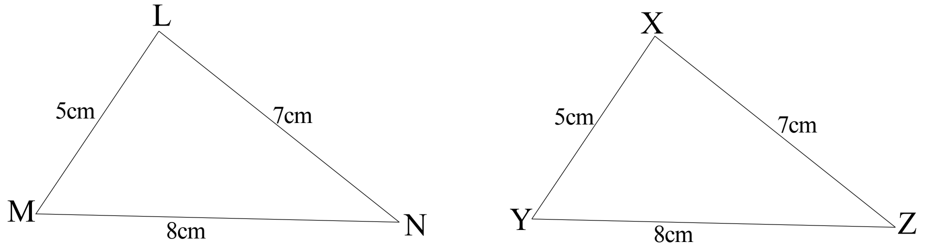
ABC හා PQR යනු සමපාද ත්‍රිකෝණ දෙකකි. ඒවා එකම හැඩයෙන් ඇත. එහෙත් ප්‍රමාණයෙන් අසමානය. එම ත්‍රිකෝණ දෙක සමරූපී ත්‍රිකෝණ දෙකකි.

නිදසුන 2

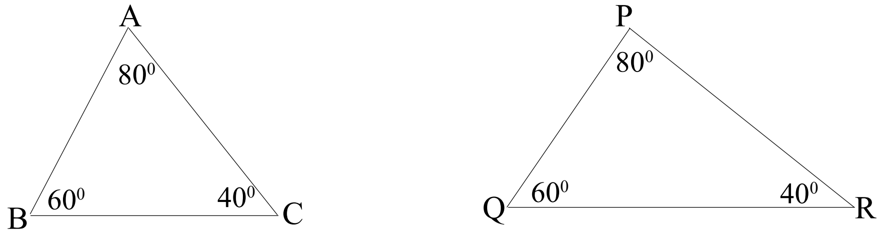


ABCD හා PQRS සමචතුරස්‍ර දෙක එක ම හැඩයක් ගනී. එබැවින් ඒවා සමරූපී වේ.

3.



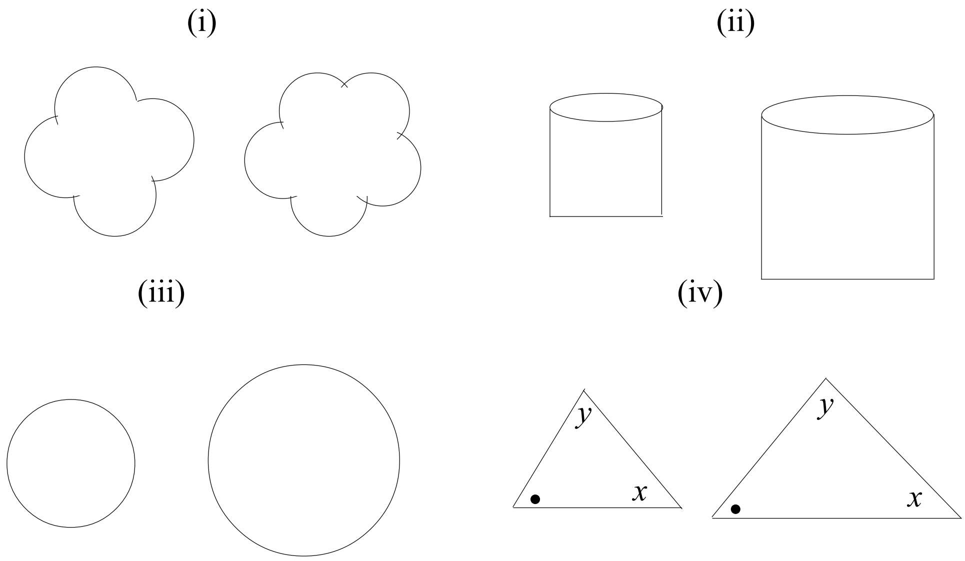
LMN හා XYZ ත්‍රිකෝණ දෙක හැඩයෙන් සමාන වේ. එබැවින් එම ත්‍රිකෝණ දෙක සමරූපී වේ. එසේම පාදවල දිග අනුව එම ත්‍රිකෝණ දෙක ප්‍රමාණයෙන් ද සමාන වන බව පෙනේ.



ABC ත්‍රිකෝණයත් PQR ත්‍රිකෝණයත් සමරූපී ත්‍රිකෝණ දෙකකි.

1.2 අභ්‍යාසය

1. පහත සඳහන් රූප අතරින් සමරූපී රූප යුගල තෝරා ඒවායේ අංක ලියා දක්වන්න.



1. පහත සඳහන් ප්‍රකාශවල සත්‍ය අසත්‍යතාව ඉදිරියෙන් ඇති වරහන තුළ ලියන්න.

(i) ඕනෑ ම වෘත්ත කට්ටලයක් සමරූපී වේ. ( )

(ii) ඕනෑ ම සමචතුරස්‍ර යුගලයක් සමරූපී වේ. ( )

(iii) ඕනෑ ම සෘජුකෝණාස්‍ර දෙකක් සමරූපී වේ. ( )

(iv) ඕනෑ ම සෘජුකෝණී ත්‍රිකෝණ දෙකක් සමරූපී වේ. ( )

(v) සමරූපී රූප දෙකක ප්‍රමාණය සෑමවිට ම සමාන වේ. ( )

(vi) සමරූපී බව රඳා පවතින්නේ රූපවල හැඩය මත පමණි. ( )

(vii) වර්ගඵලයෙන් සමාන රූප සෑමවිට ම සමරූපී වේ. ( )

(viii) හැඩයෙන් සමාන ප්‍රමාණයෙන් සමාන රූප හැමවිට ම සමරූපී වේ. ( )

(ix) ත්‍රිකෝණයක කෝණ තුන, තවත් ත්‍රිකෝණයක කෝණ තුනට සමාන නම් එම ත්‍රිකෝණ දෙක සමරූපී වේ.. ( )

(x) සරල රේඛීය තල රූප දෙකක් සමරූපී නම් ඒවායේ අනුරූප පාද අතර අනුපාතය නියතයක්වේ. ( )

1.3 ත්‍රිකෝණ දෙකක අංගසාම්‍යය

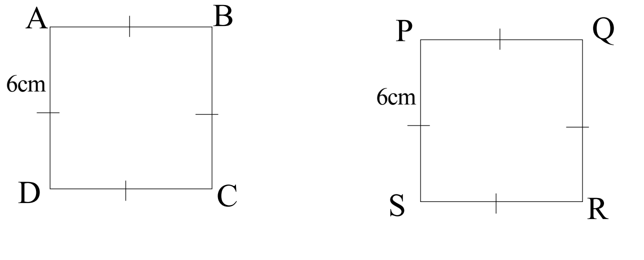
තල රූප දෙකක අංගසාම්‍යය

යම්කිසි තල රූප දෙකක් සමරූපීවීම සඳහා හැඩයෙන් සමානවීම ප්‍රමාණවත් ය. එම තල රූප දෙක ප්‍රමාණයෙන් ද සමාන වූ විට ඒවා අංගසම යයි කියනු ලැබේ. අංගසම රූප එක මත එක තැබූ විට ඒවා සමපාත වේ.

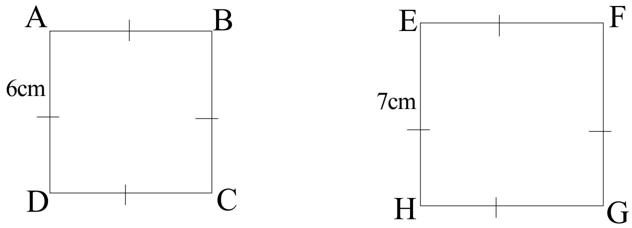
අංගසම රූප
- හැඩයෙන් සමාන වීම
- ප්‍රමාණයෙන් සමාන වීම

එක මත එක සමපාත කළ හැකි තල රූප අංගසම රූප ලෙස හැඳින් වේ.

නිදසුන 3



ABCD හා PQRS සමචතුරස්‍ර දෙකකි. AB = PQ = 6 cm වේ. ඒ අනුව ABCD හා PQRS සමචතුරස්‍ර අංගසම වේ.



ABCD හා PQRS සමචතුරස්‍ර දෙකකි. AD = 6cm, EH = 7 cm වේ. මෙම සමචතුරස්‍ර දෙක අංගසම නොවේ. එම සමචතුරස්‍ර දෙක ප්‍රමාණයෙන් සමාන නොවීම මෙයට හේතුවයි.

අංගසම වේ යන්න ≡ සංකේතයෙන් දක්වනු ලැබේ.

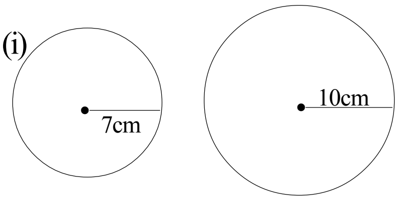
අනුව ABCD සමචතුරස්‍රය PQRS සමචතුරස්‍රය

1.3.1 අභ්‍යාසය

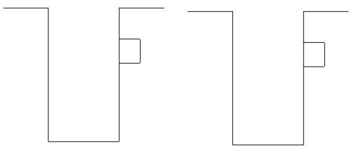
≡

1. පහත දැක්වෙන තල රූප යුගලවල අංගසම වන ඒවා තෝරා අංකය ලියන්න.

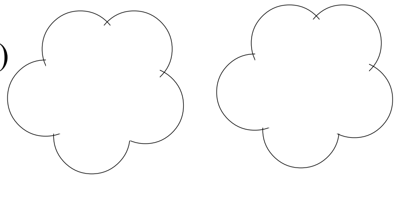
(i)



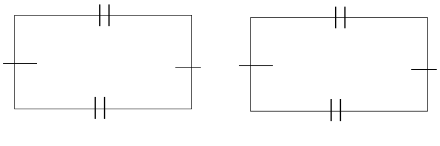
(ii)



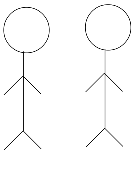
(iii)



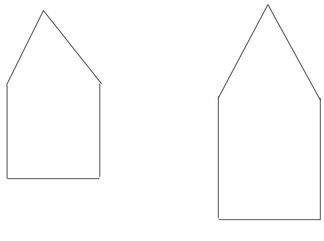
(iv)



(v)



(vi)



2. පහත දැක්වෙන ප්‍රකාශවල සත්‍ය අසත්‍යතාව වරහන තුළින් තෝරන්න.

(i) අරය සමාන වෘත්ත දෙකක් අංගසම වේ. (සත්‍යයි / අසත්‍යයි)

(ii) සමපාද ත්‍රිකෝණ සියල්ල අංගසම වේ. (සත්‍යයි / අසත්‍යයි)

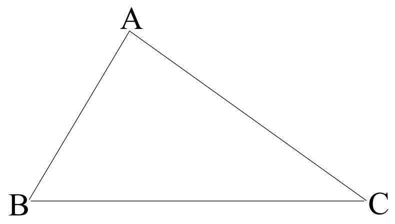
(iii) ABC ත්‍රිකෝණයත් එය x අක්ෂය දිගේ ඒකක 3ක් උත්තාරණය කළ විට ලැබෙන රූපයත් අංගසම වේ. (සත්‍යයි / අසත්‍යයි)

(iv) ABCDE පංචාස්‍රයත්, එය 90^0 කින් භ්‍රමණය කළ විට ලැබෙන රූපයත් අංගසම වේ. (සත්‍යයි / අසත්‍යයි)

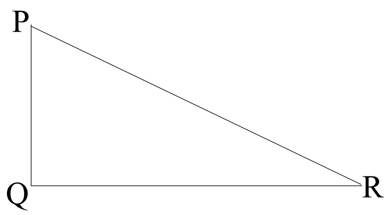
(v) 'X' නම් රූපයත් එහි තල දර්පන ප්‍රතිබිම්බයත් අංගසම වේ. (සත්‍යයි / අසත්‍යයි)

අන්තර්ගත කෝණය සහ අනුරූප පාද

ත්‍රිකෝණයක පාද දෙකක් ගත් විට එම පාද අතර නිර්මාණය වන කෝණය, අන්තර්ගත කෝණය ලෙස හැඳින් වේ.



ABC ත්‍රිකෝණයේ ABC කෝණය, BA හා BC පාදවලින් අන්තර්ගත වූ කෝණය වේ.



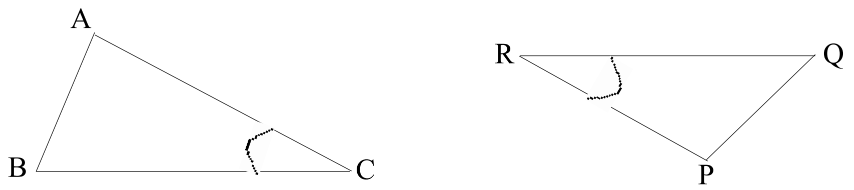
PQR ත්‍රිකෝණයේ PRQ කෝණය, PR හා RQ පාදවලින් අන්තර්ගත වූ කෝණය වේ.

ත්‍රිකෝණ දෙකක සමාන වූ කෝණවලට සම්මුඛ පාද අනුරූප පාද ලෙස හැඳින් වේ.

අනුරූප පාද හඳුනා ගැනීමට,

ත්‍රිකෝණ දෙක $\longrightarrow$ සමාන කෝණ දෙකක් හඳුනා ගැනීම $\longrightarrow$ ඒවාට සම්මුඛ පාද හඳුනා ගැනීම

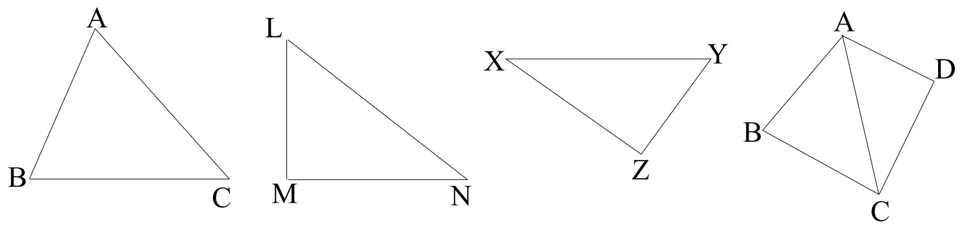
නිදසුන 4



ABC හා PQR ත්‍රිකෝණ දෙකේ $A\hat{C}B$ හා $P\hat{R}Q$ සමාන වේ. එම කෝණ දෙකට සම්මුඛව පිහිටි AB හා PQ පාද අනුරූප පාද වේ.

1.3.2 අභ්‍යාසය

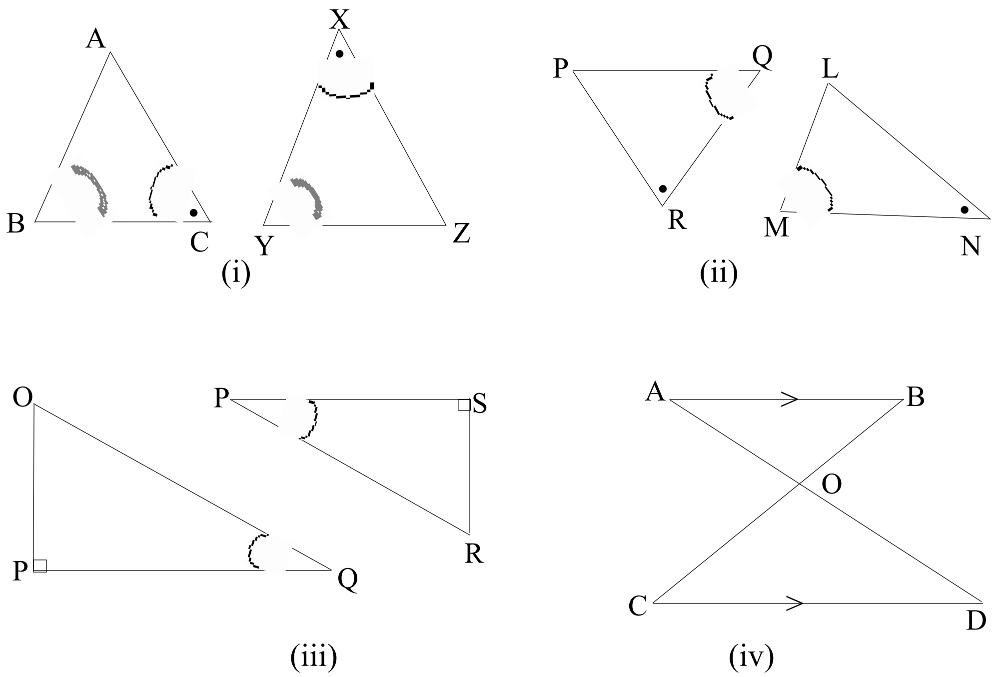
1. දී ඇති ත්‍රිකෝණවලට අනුව වගුව සම්පූර්ණ කරන්න.



(i) (ii) (iii) (iv)

රූපය	පාද යුගල	අන්තර්ගත කෝණය
(i)	AB හා AC	....
(i)	BC හා AC	....
(ii)	LM හා MN	....
(ii)	ML හා LN	....
(iii)	XY හා XZ	....
(iii)	XZ හා ZY	....
(iv)	AB හා AC	....
(iv)	AD හා DC	....

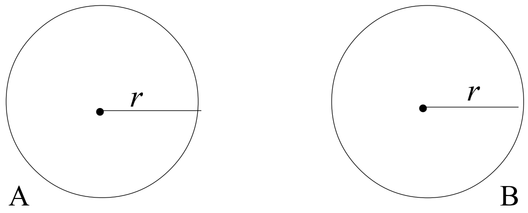
2. දී ඇති ත්‍රිකෝණ යුගලයට අනුරූපව වගුව සම්පූර්ණ කරන්න.



රූපය	සමාන කෝණ යුගල	අනුරූප පාද යුගලය
(i)	$A\hat{B}C$ හා $X\hat{Y}Z$	....
(i)	$A\hat{C}B$ හා $Y\hat{X}Z$	....
(ii)	$P\hat{Q}R$ හා $L\hat{M}N$	....
(ii)	$P\hat{R}Q$ හා $M\hat{N}L$	....
(iii)	....	....
(iii)	....	....
(iv)	....	....
(iv)	....	....

තල රූප දෙකක් අංගසමවීමේ අවම අවශ්‍යතා

A හා B නම් අංගසම වෘත්ත දෙකක් ගනිමු.



එවිට, A වෘත්තයේ අරය = B වෘත්තයේ අරය

A වෘත්තයේ පරිධිය = B වෘත්තයේ පරිධිය වේ.

A හා B වෘත්ත දෙක අංගසම වූ වට ඒවායේ අරයන් හා පරිධිය සමාන වේ. මෙම වෘත්ත දෙක අංගසම වීම සඳහා අවම වශයෙන් වෘත්ත දෙකේ අරයන් සමාන වීම ප්‍රමාණවත් ය.

වෘත්ත දෙකක් අංගසම විම සඳහා අවම අවශ්‍යතාව වන්නේ එම වෘත්ත දෙකේ අරයන් සමාන වීමයි.

මේ ආකාරයට සමචතුරස්‍ර දෙකක් අංගසම වීමේ අවම අවශ්‍යතාව වන්නේ එක් සමචතුරස්‍රයක පාදයක් අනෙකේ පාදයකට සමාන වීමයි.

1.3.3 අභ්‍යාසය

1. පහත දී ඇති එක් එක් තල රූප යුගල අංගසම නම් අනුරූප අංග යුගල සියල්ල සඳහන් කර එමගින් අංගසම වීමේ අවම අවශ්‍යතා සමූහය ලබා ගන්න.

    1. සමචතුරස්‍ර දෙකක්

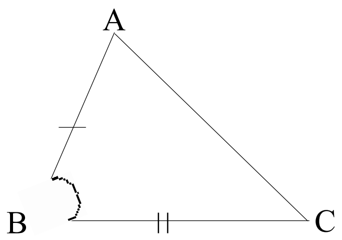
    2. සෘජුකෝණාස්‍ර දෙකක්

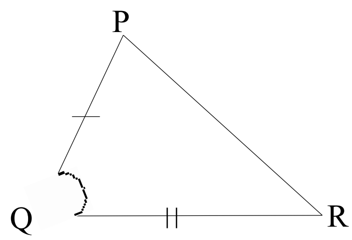
    3. කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩ දෙකක්

ත්‍රිකෝණ දෙකක් අංගසමවීමේ අවශ්‍යතා

ප්‍රමේයය :

එක් ත්‍රිකෝණයක පාද දෙකක් සහ අන්තර්ගත කෝණය තවත් ත්‍රිකෝණයක පාද දෙකකට සහ අන්තර්ගත කෝණයට සමාන නම් එම ත්‍රිකෝණ දෙක අංගසම වේ. (පා. කෝ. පා. අවස්ථාව)





ABC හා PQR ත්‍රිකෝණවල,

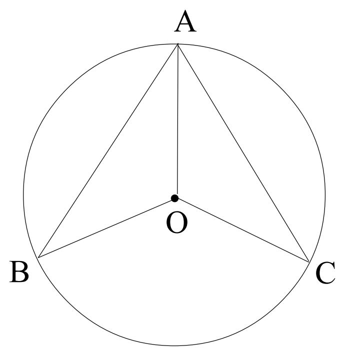
AB = PQ (දත්තය)

$A\hat{B}C = P\hat{Q}R$ (දත්තය)

BC = QR (දත්තය)

$ABC\,\Delta \equiv PQR\,\Delta$ (පා.කෝ.පා. අවස්ථාව)

නිදසුන 5



වෘත්තයේ කේන්ද්‍රය O වේ. $B\hat{O}A = C\hat{O}A$ වේ. $AOB\,\Delta \equiv AOC\,\Delta$ බව පෙන්වන්න.

$AOB\Delta$ හා $AOC\,\Delta$ ත්‍රිකෝණවල

BO = OC (අරයන්)

$B\hat{O}A = C\hat{O}A$ (දත්තය)

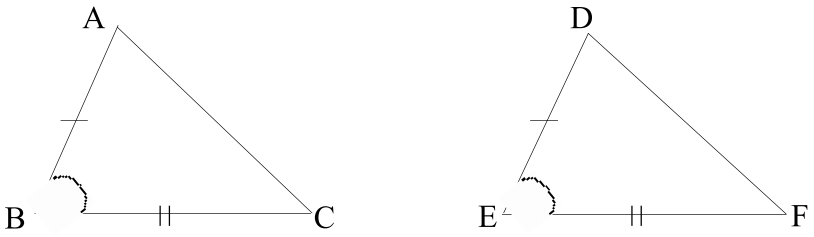
AO = AO (පොදු පාදය)

$ABO\,\Delta \equiv AOC\,\Delta$ (පා. කෝ. පා.)

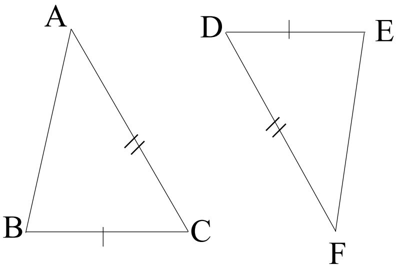
1.3.4 අභ්‍යාසය

1. පහත දැක්වෙන ත්‍රිකෝණ යුගල අතරින් පා. කෝ. පා. අවස්ථාව යටතේ අංගසම වන ත්‍රිකෝණ යුගල තෝරා ලියන්න.

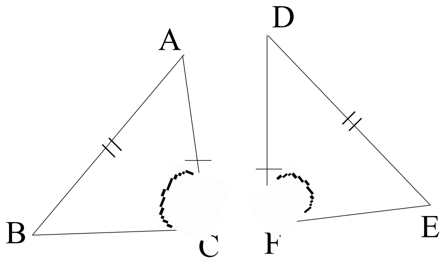
(i)



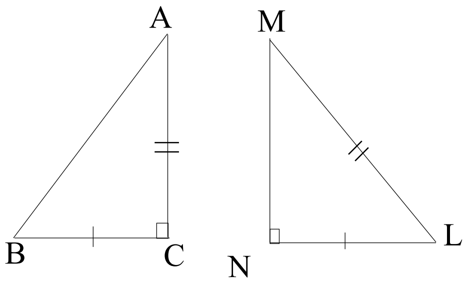
(ii)



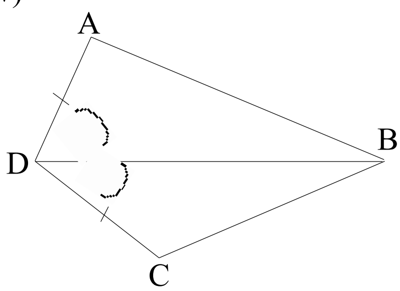
(iii)



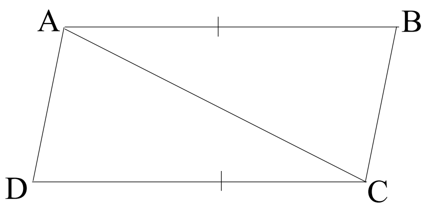
(iv)



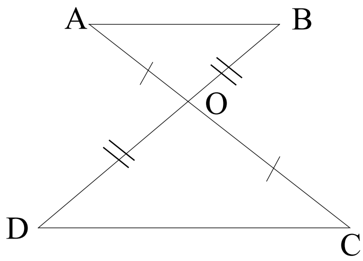
(v)



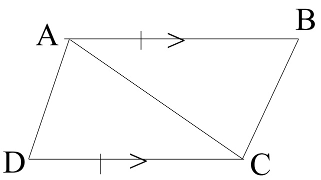
(vi)



(vii)



(viii)



2. පහත සඳහන් ත්‍රිකෝණවල දළ සටහන් අඳින්න. දී ඇති දත්ත ලකුණු කර අංගසම ත්‍රිකෝණ යුගල තෝරන්න.

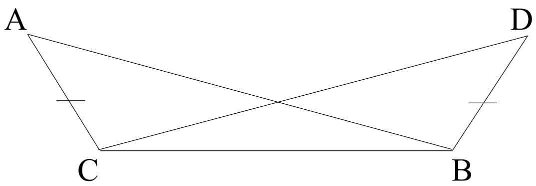
(i) ABC හා PQR ත්‍රිකෝණවල, AB = PQ, BC = QR සහ $A\hat{B}C = P\hat{Q}R$ වේ.

(ii) DEF හා XYZ ත්‍රිකෝණවල DE = XY, EF = YZ සහ $F\hat{D}E = X\hat{Y}Z$ වේ.

(iii) KLM හා ABC ත්‍රිකෝණවල KL = AB, LM = AC සහ $K\hat{L}M = C\hat{A}B$ වේ.

3. ABC හා PQR ත්‍රිකෝණ දෙකේ AB = PQ සහ BC = QR වේ. පා.කෝ. පා. අවස්ථාව යටතේ ත්‍රිකෝණ දෙක අංග සම වීමට නම් සමාන විය යුතු ඉතිරි අංග යුගල නම් කරන්න.

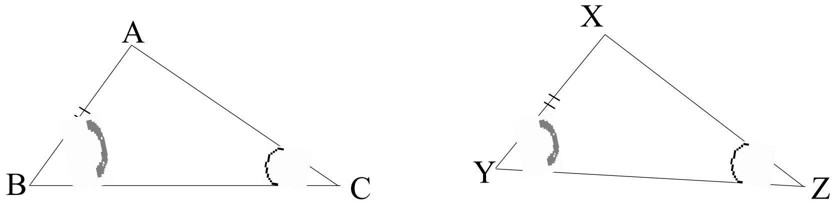
4. දී ඇති රූපයේ AC = DB සහ $A\hat{C}B = D\hat{B}C$ වේ. ABC හා DCB ත්‍රිකෝණ අංගසම වන බව සාධනය කරන්න.



5. PQR ත්‍රිකෝණයේ PQ = PR වේ. QPR කෝණයේ සමච්ඡේදකයට QR පාදය S හි දී හමු වේ. PQS හා PRS ත්‍රිකෝණ අංගසම වන බව සාධනය කරන්න.

ප්‍රමේයය :

එක් ත්‍රිකෝණයක කෝණ දෙකක් හා පාදයක්, තවත් ත්‍රිකෝණයක කෝණ දෙකකට හා අනුරූප පාදයට සමාන නම් එම ත්‍රිකෝණ දෙක අංගසම වේ. (කෝ.කෝ.පා. අවස්ථාව)



ABC හා XYZ ත්‍රිකෝණවල,

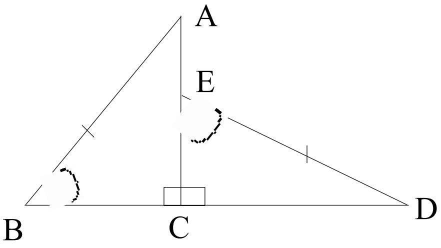
$A\hat{B}C = X\hat{Y}Z$ (දත්තය)

AB = XY (දත්තය- අනුරූප පාද)

$A\hat{C}B = X\hat{Z}Y$ (දත්තය)

$\therefore ABC\Delta \equiv XYZ\Delta$ (පා පා. .පා. අවස්ථාව)

නිදසුන 7



රූපසටහනේ දැක්වෙන තොරතුරු අනුව බව පෙන්වන්න.

ABC හා CDE ත්‍රිකෝණවල

AB = ED (දත්තය)

$A\hat{C}B = E\hat{C}D$ (AC ⊥ BD)

$A\hat{B}C = C\hat{E}D$ (දත්තය)

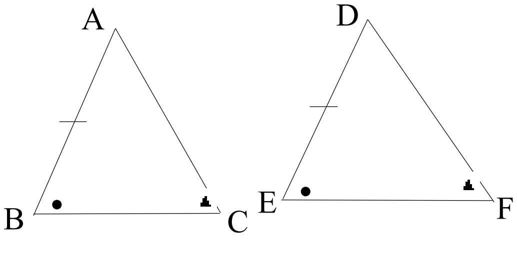
$\therefore ABC\Delta \equiv CDE\Delta$ (කෝ.කෝ.පා.)

1.3.5 අභ්‍යාසය

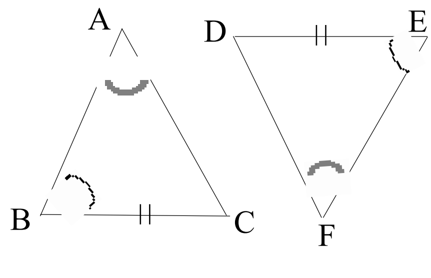
ABCΔ ≡ CDEΔ

1. කෝ.කෝ.පා. අවස්ථාව යටතේ අංගසම වන ත්‍රිකෝණ යුගල තෝරන්න.

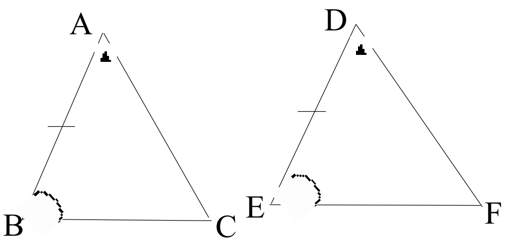
(i)



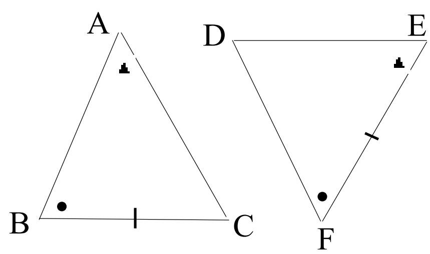
(ii)



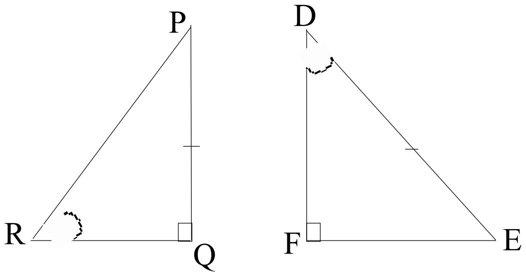
(iii)



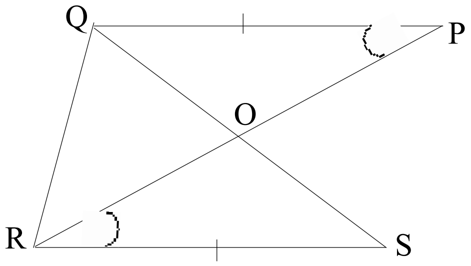
(iv)



(v)



2.

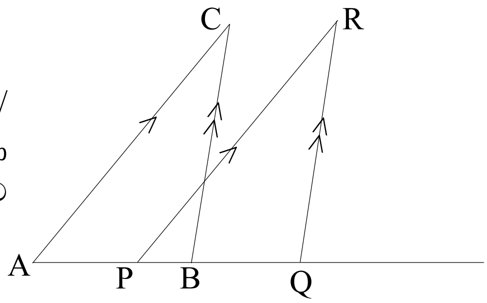


මෙම රූපයේ ඇති අංගසම ත්‍රිකෝණ යුගලයක් නම් කරන්න. අංගසම අවස්ථාව ද හේතු සහිතව ලියා දක්වන්න.

3. ABCD සමාන්තරාස්‍රයේ B හා D ලක්ෂ්‍ය යා කර ඇත. ABD හා BCD ත්‍රිකෝණ කෝ.කෝ.පා. අවස්ථාව යටතේ අංගසම වන බව සාධනය කරන්න.

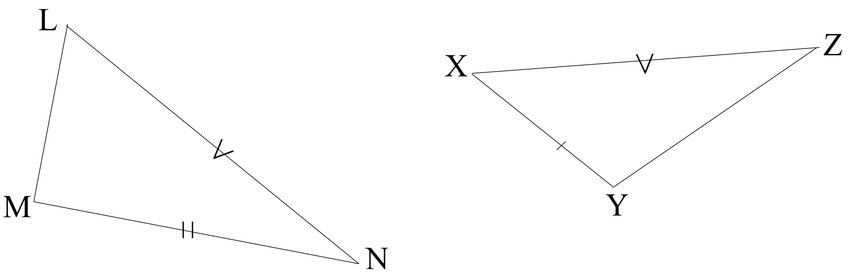
4. XYZ ත්‍රිකෝණයේ $\hat{Y}=\hat{Z}$ වේ. $Y\hat{X}Z$ සමච්ඡේදකයට YZ පාදය P හි දී හමු වේ. XYP හා XZP ත්‍රිකෝණ අංගසම වන බව සාධනය කරන්න.

5. දී ඇති රූපයේ AC // PR හා BC // QR වේ. AC = PR නම් ABC හා PQR ත්‍රිකෝණ දෙක අංගසම වන බව සාධනය කරන්න.



ප්‍රමේයය :

එක් ත්‍රිකෝණයක පාද තුන තවත් ත්‍රිකෝණයක පාද තුනට සමාන නම් එම ත්‍රිකෝණ දෙක අංගසම වේ. (පා. පා. පා. අවස්ථාව)



LMN හා XYZ ත්‍රිකෝණවල,

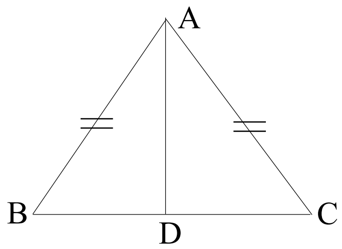
LM = XY (දත්තය)

MN = YZ (දත්තය)

NL = ZX (දත්තය) (පා.පා.පා. අවස්ථාව)

නිදසුන 6

ABC ත්‍රිකෝණයේ AB = AC වේ. BC හි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය වූ D ලක්ෂ්‍යයට A ලක්ෂ්‍යය යා කර ඇත. ABD හා ACD ත්‍රිකෝණ අංගසම බව සාධනය කරන්න.



දත්තය :- ABC ත්‍රිකෝණයේ AB = BC වන අතර D යනු BC හි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යයයි.

සා. ක. යු :- $ABD\Delta \equiv ACD\Delta$ බව

සාධනය :- ABC හා ACD ත්‍රිකෝණවල

AB = AC (දත්තය)

BD = DC (දත්තය)

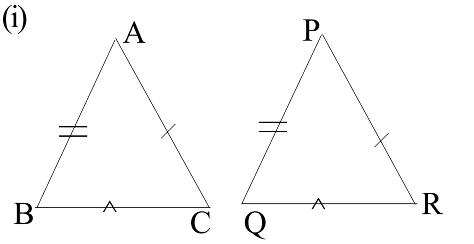
AD = AD (පොදු පාදය)

$\therefore$ $ABD\,\Delta \equiv ADC\,\Delta$ (පා. පා. පා.)

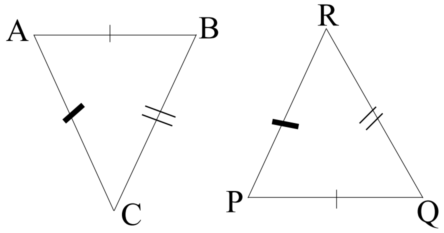
1.3.6 අභ්‍යාසය

1. පහත දැක්වෙන රූපවල පා.පා.පා. අවස්ථාව යටතේ අංගසම වන ත්‍රිකෝණ යුගල නම් කරන්න. (එක් එක් ත්‍රකෝණයේ සමාන අංග ලකුණු කර ඇත.)

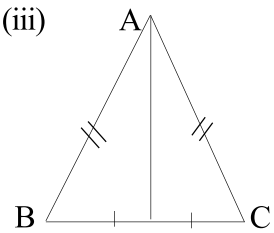
(i)



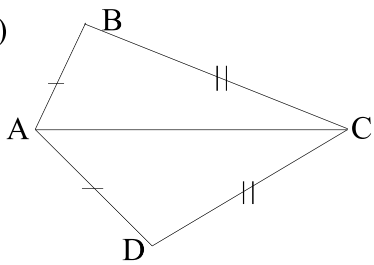
(ii)



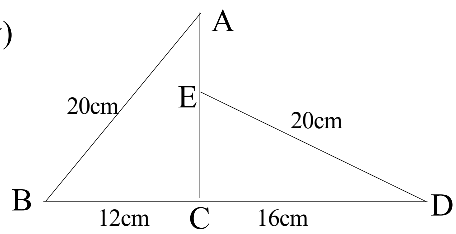
(iii)



(iv)

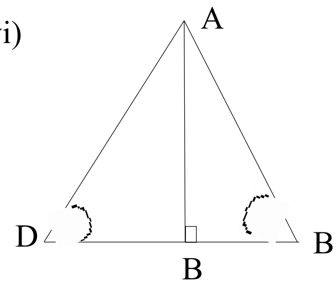


(v)

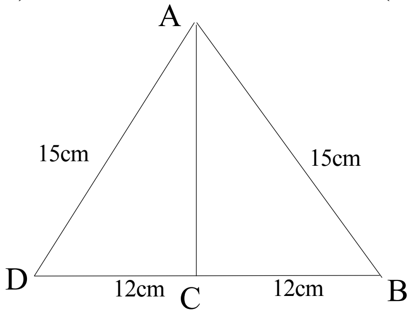


(CE=12cm, AC=16cm)

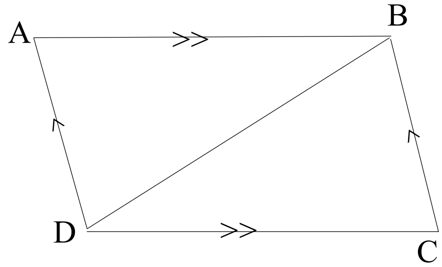
(vi)



(vii)



(viii)



2. පහත සඳහන් ත්‍රිකෝණවල දළ රූපසටහන් අඳින්න. ඒවා අතරෙන් අංගසම ත්‍රිකෝණ යුගල තෝරන්න.

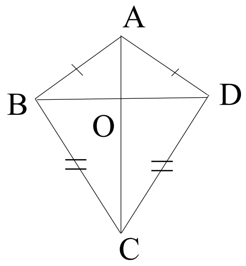
ABC ත්‍රිකෝණයේ AB = 6cm, BC = 7cm, CA = 8 cm

XYZ ත්‍රිකෝණයේ XY = 7cm, YZ = 5cm, ZX = 5 cm

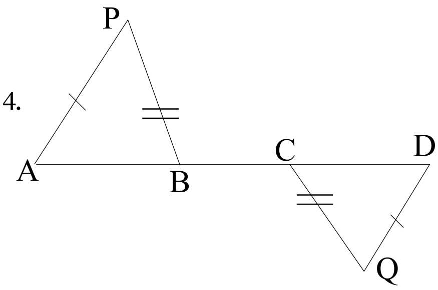
DEF ත්‍රිකෝණයේ DE = 5cm, EF = 5cm, FD = 7 cm

PQR ත්‍රිකෝණයේ PQ = 8cm, QR = 6cm, RP = 7 cm

3. දී ඇති රූපයේ AB = AD හා BC = CD ද වේ. O යනු BD හි මධ්‍යලක්ෂ්‍යයයි. පා.පා.පා. අවස්ථාව යටතේ අංගසම වන ත්‍රිකෝණ යුගල දෙකක් ලියා දක්වන්න.



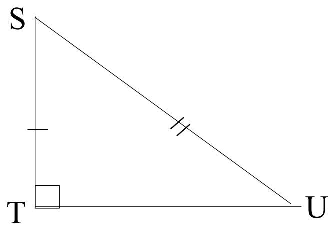
4. දී ඇති රූපයේ AD රේඛාව B හා C හි දී ත්‍රිච්ඡේදනය වී ඇත. APB හා CQD ත්‍රිකෝණ අංගසම බවට හේතු දක්වන්න.

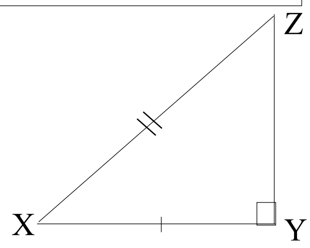


5. ABCD සමචතුරස්‍රයේ B හා D ලක්ෂ්‍ය යා කර ඇත. ABD හා BCD ත්‍රිකෝණ පා.පා.පා. අවස්ථාව යටතේ අංගසම වන බව සාධනය කරන්න.

ප්‍රමේයය:

සෘජුකෝණී ත්‍රිකෝණයක කර්ණය සහ පාදයක් වෙනත් සෘජු කෝණී ත්‍රිකෝණයක කර්ණයට සහ පාදයකට සමාන නම් එම ත්‍රිකෝණ දෙක අංගසම වේ. (කර්ණ පාද අවස්ථාව)





STU හා XYZ සෘජුකෝණී ත්‍රිකෝණවල

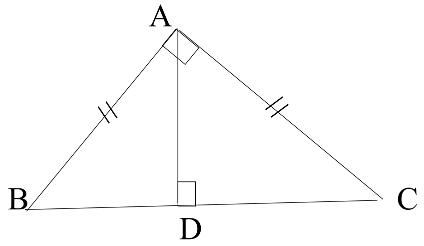
SU = XZ (දත්තය)

ST = XY (දත්තය)

$\therefore STU\Delta \equiv XYZ\Delta$ (කර්ණ පාද)

නිදසුන 8

ABC සමද්විපාද සෘජු කෝණී ත්‍රිකෝණයේ A කෝණය සෘජු කෝණයකි. A හි සිට BC පාදයට AD ලම්බය ඇඳ ඇත. ADC හා ADB ත්‍රිකෝණ අංගසම බව පෙන්වන්න.



දත්තය : ABC ත්‍රිකෝණයේ වේ. කෝණය සෘජු කෝණයකි. සිට පාදයට ලම්බය ඇඳ ඇත.

සා.ක.යු. : $ABC\Delta \equiv ADB\Delta$ බව

සාධනය : ADB හා ADC සෘජු කෝණී ත්‍රිකෝණවල

$AB = AC$ (දත්තය)

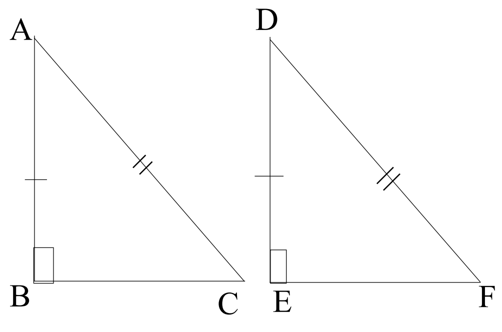
$AD = AD$ (පොදු පාදය)

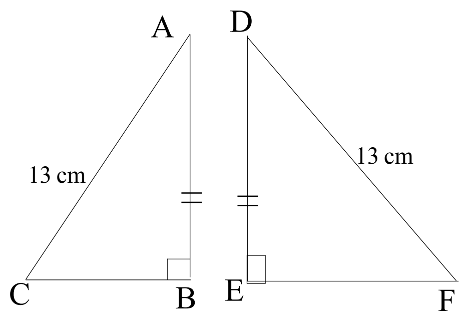
$\therefore ADB\Delta \equiv ADC\Delta$ (කර්ණ පාද අවස්ථාව)

1.3.7 අභ්‍යාසය

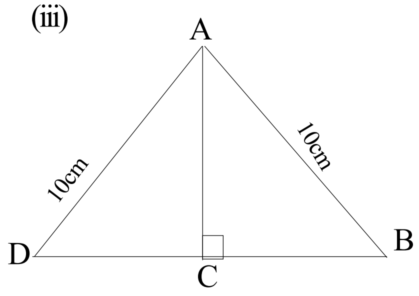
1. පහත සඳහන් ත්‍රිකෝණ යුගල කර්ණ පාද අවස්ථාව යටතේ අංගසමවීමට හේතු දක්වන්න.

(i) (ii)

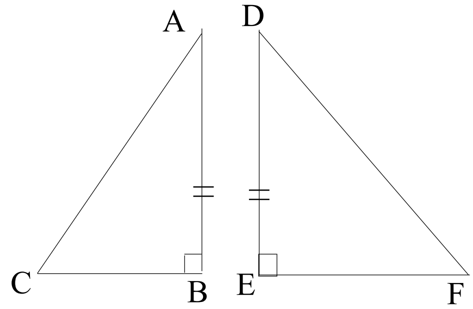




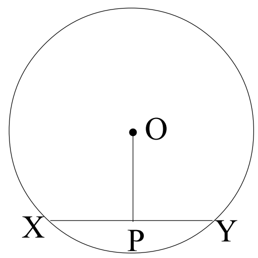
(iii)



2. මෙම ත්‍රිකෝණ යුගල කර්ණ පාද අවස්ථාව යටතේ අංගසම වීමට සමාන විය යුතු ඉතිරි අංග යුගල ලියන්න.



3. O කේන්ද්‍රය වූ වෘත්තයේ XY ජ්‍යායකි. O සිට XYට ඇඳි ලම්බය OP නම් OPX හා OPY ත්‍රිකෝණ අංගසම වීමට හේතු දක්වන්න.

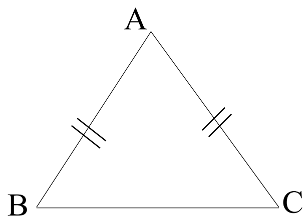


4. ABCD සෘජුකෝණාස්‍රයේ B හා D ලක්ෂ්‍ය යා කර ඇත. ABD හා BCD ත්‍රිකෝණ කර්ණ පාද අවස්ථාව යටතේ අංගසම වන බව සාධනය කරන්න.
5. ABC ත්‍රිකෝණයේ BC පාදයේ මධ්‍යලක්ෂ්‍යය P වේ. P හි සිට AB ට ලම්බව PX ද, AC ට ලම්බව PY ද ඇඳ තිබේ. BPX හා CPY ත්‍රිකෝණ දෙක අංගසම වන බව සාධනය කරන්න.
6. ABC ත්‍රිකෝණයේ ABC සෘජුකෝණයකි. BC මත පිහිටි X ලක්ෂ්‍යයේ සිට AC ට ඇඳි ලම්බය XY වේ. AB = AY නම් ABX හා AYX ත්‍රිකෝණ දෙක අංගසම වන බව සාධනය කරන්න.

1.4 සමද්විපාද ත්‍රිකෝණ

ත්‍රිකෝණයක පාද දෙකක් සමාන නම් එම ත්‍රිකෝණය සමද්විපාද ත්‍රිකෝණයක් ලෙස හඳුන්වන බව ඔබ මීට පෙර උගෙන ඇත.

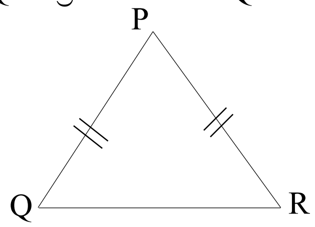
ඒ අනුව ABC ත්‍රිකෝණයේ AB = AC නම් ABC සමද්විපාද ත්‍රිකෝණයකි.



ABC සමද්විපාද ත්‍රිකෝණයකි.

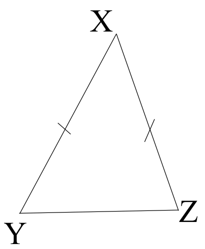
- ත්‍රිකෝණයක යම්කිසි පාදයක් ගත්විට එයට ඉදිරියෙන් ඇති කෝණය එම පාදයට සම්මුඛ කෝණය ලෙස හැඳින් වේ.
- ත්‍රිකෝණයක යම්කිසි කෝණයක් ගත්විට එයට ඉදිරියෙන් ඇති පාදය එම කෝණයට සම්මුඛ පාදය ලෙස හැඳින් වේ.
- සම ද්විපාද ත්‍රිකෝණයේ සමාන පාදවල ඡේදන ලක්ෂ්‍යය ශීර්ෂය ලෙස ද, අසමාන පාදය ආධාරකය ලෙස ද හැඳින් වේ.

PQR ත්‍රිකෝණයේ PQ = PR වේ. PQR සම ද්විපාද ත්‍රිකෝණයකි. P කෝණයට සම්මුඛ පාදය QR වේ. PR පාදයට සම්මුඛ කෝණය PQR වේ. PQ = PR නිසා P යනු ත්‍රිකෝණයේ ශීර්ෂයයි. QR යනු PQR ත්‍රිකෝණයේ ආධාරකය වේ.

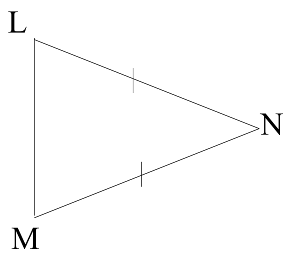


1.4.1 අභ්‍යාසය

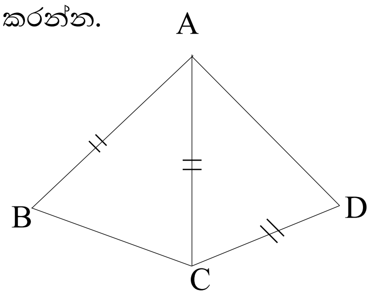
1. දී ඇති රූපසටහන් ඇසුරෙන් වගුව සම්පූර්ණ කරන්න.



(i)



(ii)



(iii)

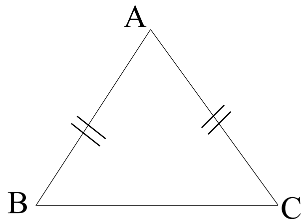
රූපය	ත්‍රිකෝණය	සමාන පාද යුගල	ශීර්ෂය	ආධාරකය	සම්මුඛ පාද/කෝණ
(i)	....	....	....	....	XYට සම්මුඛ කෝණය ....
(ii)	....	....	....	....	$M\hat{L}N$ සම්මුඛ පාදය ....
(iii)	ABC	....	....	....	$B\hat{C}A$ සම්මුඛ පාදය ....
(iii)	ACD	....	....	....	AC ට සම්මුඛ කෝණය ....

2. P ශීර්ෂය වූ ද, QR පාදය ආධාරකය වන්නා වූ ද සමද්වි පාද ත්‍රිකෝණය අඳින්න. එහි සමාන පාද දෙක නම් කරන්න.

සම ද්විපාද ත්‍රිකෝණ ප්‍රමේයය

ප්‍රමේයය :

ත්‍රිකෝණයක පාද දෙකක් සමාන වේ නම් සමාන පාදවලට සම්මුඛ කෝණ සමාන වේ.



ABC ත්‍රිකෝණයේ AB = AC වේ.

ප්‍රමේයයට අනුව $A\hat{B}C = A\hat{C}B$ වේ.

ක්‍රියාකරකම - 1

(i) 6cm දිග AB රේඛාව අඳින්න.

(ii) AC = 6 cm වන සේ AC රේඛාව ද අඳින්න.

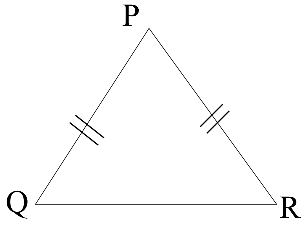
(BAC සරල රේඛාවක් නොවිය යුතුය.)

(iii) BC යා කර ABC ත්‍රිකෝණය සම්පූර්ණ කරන්න.

(iv) කෝණ මැනීමෙන් හෝ සමපාත කිරීමෙන් හෝ $\hat{B}$ සහ $\hat{C}$ සමාන දැයි බලන්න.

(v) AB හා AC පාදවල දිග වෙනස් කරමින්, ත්‍රිකෝණ ඇඳ ඉහත ප්‍රමේයය සත්‍යදැයි බලන්න.

නිදසුන 9



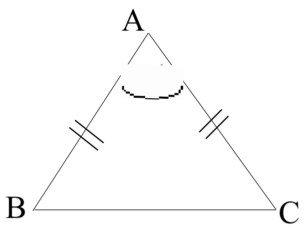
PQR ත්‍රිකෝණයේ PQ = PR වේ. $\hat{Q}=70^0$ නම් ත්‍රිකෝණයේ ඉතිරි කෝණවල අගය සොයන්න.

PQ = PR නිසා ප්‍රමේයයට අනුව, $\hat{Q}=\hat{R}$

$\hat{Q}=70^0$ නිසා $\hat{R}=70^0$

$\hat{P}+\hat{Q}+\hat{R}=180^0$ නිසා $\hat{P}=40^0$

නිදසුන 10



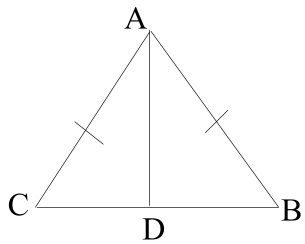
ABC ත්‍රිකෝණයේ $AB = AC$ සහ $\hat{A} = 70^0$ වේ. $\hat{B}$ හා $\hat{C}$ හි අගය සොයන්න.

$AB = AC$ නිසා ප්‍රමේයයට අනුව, $\hat{B} = \hat{C}$

$\therefore \hat{B} = \hat{C} = \dfrac{110^0}{2}$ $\left[\hat{A}+\hat{B}+\hat{C}=180^0\right]$

$\hat{B} = \hat{C} = 55^0$

"ත්‍රිකෝණයක පාද දෙකක් සමාන වේ නම් සමාන පාදවලට සම්මුඛ කෝණ සමාන වේ" ප්‍රමේයය විධිමත් ව සාධනය කරමු.



දත්තය : ABC ත්‍රිකෝණයේ $AB = AC$

සා.ක.යු. $A\hat{C}B = A\hat{B}C$ බව

නිර්මාණය : BC පාදය D හි දී හමුවන සේ $C\hat{A}B$ හි සමච්ඡේදකය ඇඳීම.

සාධනය : ADC හා ADB ත්‍රිකෝණවල,

$AB = AC$ (දත්තය)

$C\hat{A}D = B\hat{A}D$ (නිර්මාණය)

AD පොදුයි

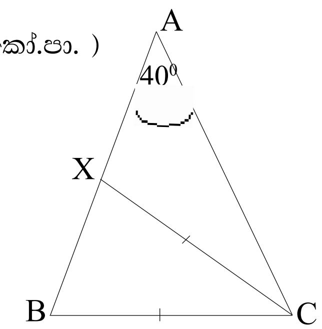
$\therefore ADC\Delta \equiv ADB\Delta$ (පා.කෝ.පා.)

$\therefore A\hat{C}B = A\hat{B}C$

නිදසුන 11

රූපයේ $AB = AC$ හා $CX = CB$ වේ.

ACX කෝණයේ අගය සොයන්න.



$\hat{A}+\hat{B}+\hat{C} = 180^0$ (ත්‍රිකෝණයක අභ්‍යන්තර කෝණවල එකතුව)

$40^0+\hat{B}+\hat{C} = 180^0$

$\hat{B}+\hat{C} = 140^0$

$AB = AC$ නිසා $\hat{B}=\hat{C}$

$\therefore \hat{C}=70^0$

$\hat{B}=70^0$

මේ ආකාරයටම, BCX ත්‍රිකෝණයේ,

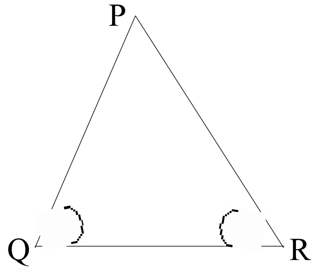
$C\hat{B}X=C\hat{X}B=70^0$

$\therefore B\hat{C}X = 40^0$

$\therefore A\hat{C}X = 70^0 - 40^0$

$\therefore A\hat{C}X = 30^0$

ප්‍රමේයය :
ත්‍රිකෝණයක කෝණ දෙකක් සමාන නම්, එම කෝණ දෙකට සම්මුඛ පාද සමාන වේ.

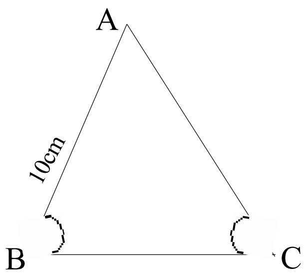


PQR ත්‍රිකෝණයේ $\hat{Q}=\hat{R}$ නම්

ප්‍රමේයයට අනුව, PQ = PR වේ.

නිදසුන 12

ABC ත්‍රිකෝණයේ $\hat{B} = \hat{C}$ වේ. AB = 10 cm නම් AC පාදයේ දිග සොයන්න.



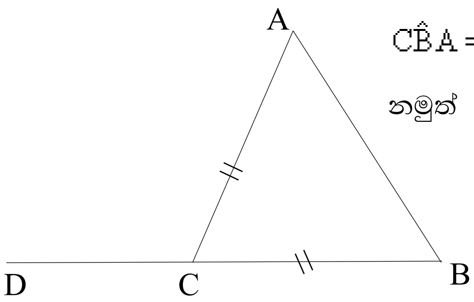
$\hat{B} = \hat{C}$ නිසා ඉහත ප්‍රමේයයට අනුව,

$AB = AC$

$\therefore AC = 10 \text{ cm}$

නිදසුන 13

ABC ත්‍රිකෝණයේ CA = CB වේ. BC, D දක්වා දික්කර ඇත. $A\hat{C}D = 2C\hat{A}B$ බව පෙන්වන්න.



$C\hat{B}A = B\hat{A}C$ (CA = CB නිසා)

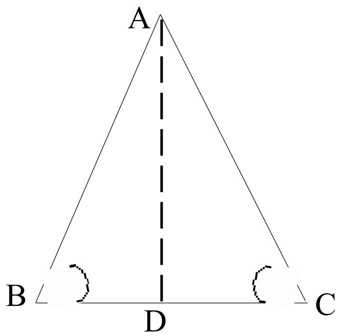
නමුත් $A\hat{C}D = C\hat{A}B + A\hat{B}C$ (ත්‍රිකෝණයක බාහිර කෝණ ප්‍රමේයය)

$\therefore A\hat{C}D = C\hat{A}B + C\hat{A}B$

$A\hat{C}D = 2C\hat{A}B$

නිදසුන 14

"ත්‍රිකෝණයක කෝණ දෙකක් සමාන නම් ඒවාට සම්මුඛ පාද සමාන වේ" යන ප්‍රමේයය සාධනය කිරීමට පහත දැක්වෙන සාධනයේ හිස්තැන් සම්පූර්ණ කරන්න.



දත්තය : ABC ත්‍රිකෝණයේ .... වේ.

සා.ක.යු. AB = AC බව

නිර්මාණය : $B\hat{A}C$ හි ....

සාධනය : ADB හා ADC ත්‍රිකෝණවල,

.... = ... [..........................]

.... = ... [..........................]

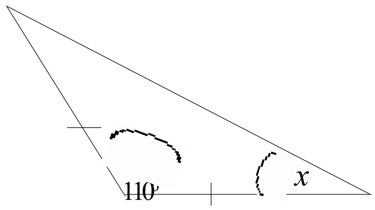
.... = ... [..........................]

$\therefore ADB\Delta \equiv ADC\Delta$ [..........................]

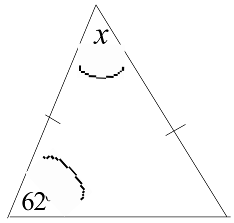
$\therefore$ .... = ...

1.4.2 අභ්‍යාසය

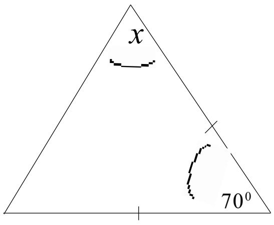
1. පහත දැක්වෙන රූපසටහන්වල x හි අගය සොයන්න.



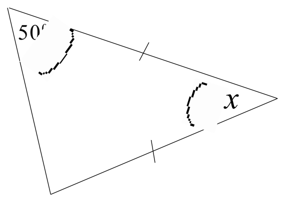
(i)



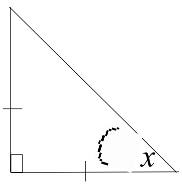
(ii)



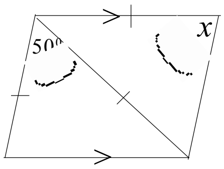
(iii)



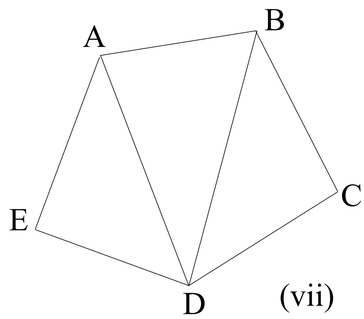
(iv)



(v)



(vi)



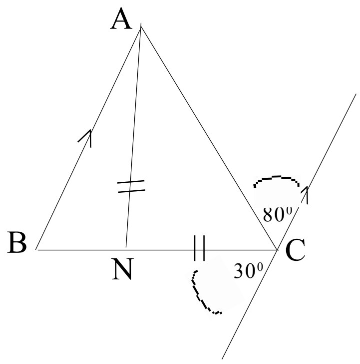
(vii)

ABCDE සවිධි පංචාස්‍රයේ ABD ත්‍රිකෝණයේ කෝණවල අගයන් සොයන්න.

2. ABC යනු AB = AC ද $\hat{A}=60^0$ වූ ද ත්‍රිකෝණයකි. ABC සමපාද ත්‍රිකෝණයක් බව පෙන්වන්න.

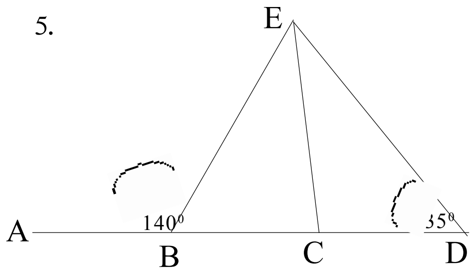
3. සම ද්විපාද ත්‍රිකෝණයක ශීර්ෂ කෝණය 110^0 කි. ආධාරක කෝණවල අගය සොයන්න.

4.



$N\hat{A}B$ හි අගය සොයන්න.

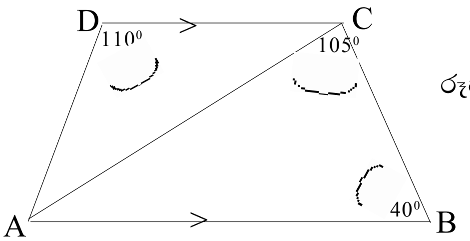
5.



රූපයේ දක්වෙන තොරතුරු අනුව

CE = CD බව පෙන්වන්න.

6.

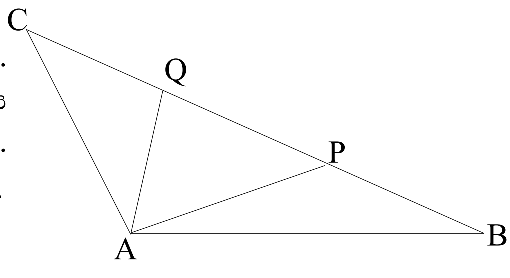


රූපයේ දී ඇති දත්ත අනුව DA = DC බව පෙන්වන්න.

7. ABC ත්‍රිකෝණයේ BC පාදය D තෙක් දික්කර ඇත. $B\hat{A}C = 40^0, A\hat{C}D = 75^0$ වේ. AC = AP වන සේ P ලක්ෂ්‍යය AB මත පිහිටා තිබේ. PB = PC බව සාධනය කරන්න.

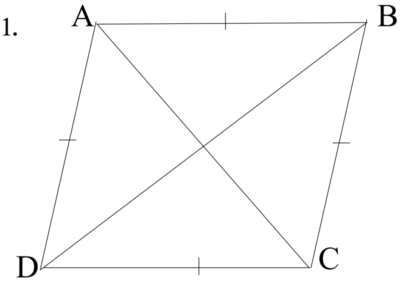
8. ABCD චතුරස්‍රයෙහි AB = AD සහ $A\hat{B}C = A\hat{D}C$ ද වේ. CB = CD බව සාධනය කරන්න. (ඉඟිය : BD යා කරන්න.)

9. ABC ත්‍රිකෝණයේ AB = AC වේ. BP = CQ වන පරිදි P සහ Q ලක්ෂ්‍යය BC පාදය මත පිහිටා ඇත. $A\hat{P}Q = A\hat{Q}P$ බව සාධනය කරන්න.



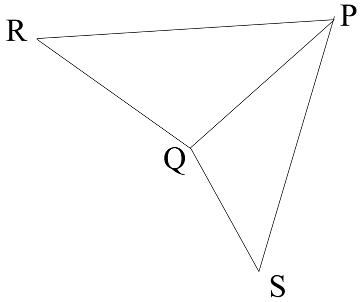
10. ABC ත්‍රිකෝණයේ AB = AC වේ. AB = BD වන සේ AC පාදය D දක්වා දික්කර ඇත. $C\hat{B}D = 36^0$ නම් CB = CD බව සාධනය කරන්න.

1. මිශ්‍ර අභ්‍යාසය

1. 

මෙම රූපයේ ඇති අංගසම ත්‍රිකෝණ යුගල හැකිතාක් නම්කරන්න. අංගසම අවස්ථාව ද සඳහන් කරන්න.

2. දී ඇති රූපයේ PR = PS සහ QR = QS වේ.



$P\hat{Q}R = P\hat{Q}S$ බව සාධනය කරන්න.

3 ABC ත්‍රිකෝණයේ AB = AC වේ. $C\hat{A}B$ සමච්ඡේදකයට BC පාදය D හි දී හමු වේ.

(i) ACD හා ABD ත්‍රිකෝණ දෙක අංගසම බවත්,

(ii) DC = BD බවත්

(iii) $A\hat{D}C = 90^0$ බවත් සාධනය කරන්න.

4. ABCD සමාන්තරාස්‍රයේ AC හා BD රේඛා O හි දී ඡේදනය වේ.

(i) BOC හා DOA ත්‍රිකෝණ අංගසම බවත්

(ii) AC හා BD විකර්ණ සමච්ඡේද වන බවත් පෙන්වන්න.

5. A හා B කේන්ද්‍ර වූ අසමාන වෘත්ත දෙකක් P හා Q හි දී ඡේදනය වේ.

(i) $A\hat{P}B = A\hat{Q}B$ බව ද

(ii) $Q\hat{A}B = P\hat{A}B$ බව ද සාධනය කරන්න.

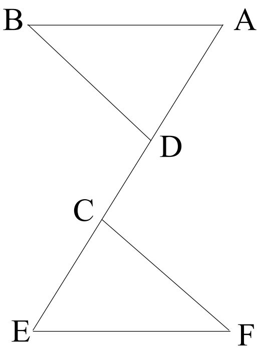
6. XY හා PQ සරල රේඛා දෙක O හි දී ඡේදනය වේ. $X\hat{O}P$ තුළ පිහිටි M ලක්ෂ්‍යයේ සිට OX ට හා OP ට ඇඳි ලම්බ පිළිවෙළින් MA සහ MB වේ. MA = MB නම් $M\hat{O}X = M\hat{O}P$ බව සාධනය කරන්න.

7. AOB සරල රේඛාවේ AO = OB වේ. O හරහා අඳින ලද සරල රේඛාවට A හා B සිට AD හා BC ලම්බ ඇඳ ඇත. $AOD\Delta \equiv BOC\Delta$ බව සාධනය කරන්න.

8. රූපයේ ADCE සරල රේඛාවකි.

AB // EF, AD = EC සහ AB = EF ද වේ.

$ABC\Delta = DEF\Delta$ බව සාධනය කරන්න.



9. ABCD යනු AD = BC සහ AC = BD ලෙස ඇති චතුරස්‍රයකි. AC හා BD රේඛා K හි දී හමුවෙයි නම්

(i) $CAD\Delta \equiv DBC\Delta$ බව ද

(ii) KC = KD බව ද සාධනය කරන්න.

10. ABCD සමචතුරස්‍රයේ AB, AC, CD, DA පාදවල මධ්‍ය ලක්ෂ්‍ය පිළිවෙළින් P, Q, R, S වේ.

(i) $APS\Delta \equiv BPQ\Delta$ බවත්

(ii) PQRS සමචතුරස්‍රයක් වන බවත් සාධනය කරන්න.

2. සමාන්තරාස්‍ර

> මෙම පාඩම හැදෑරීමෙන් පසු ඔබට,
>
> - සමාන්තරාස්‍ර හඳුනා ගැනීමට
> - සමාන්තරාස්‍රයක විශේෂ ලක්ෂණ හඳුනා ගැනීමට
> - සමාන්තරාස්‍ර ආශ්‍රිත ප්‍රමේයයන් සාධනය කර දැක්වීමට
> - දී ඇති චතුරස්‍රයක් සමාන්තරාස්‍රයක් වන අවස්ථා හඳුනා ගැනීමට
> - සුවිශේෂ සමාන්තරාස්‍ර වර්ග හඳුනා ගැනීමට
> - සමාන්තරාස්‍ර ආශ්‍රිත ප්‍රමේයයන් භාවිත කරමින් විවිධ අනු ප්‍රමේයයන් සාධනය කිරීමට
>
> හැකියාව ලැබෙනු ඇත.

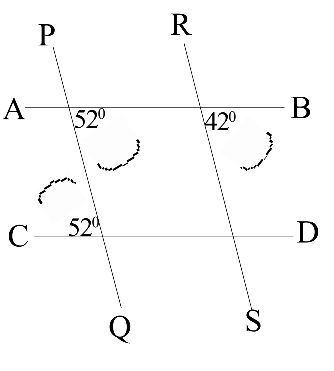
2.1 සමාන්තර රේඛා

සරල රේඛා යුගලයක සමාන්තරතාව පිළිබඳ ව මීට පෙර ඉගෙනගෙන ඇති කරුණු මතකයට නංවා ගැනීම සඳහා පහත සඳහන් අභ්‍යාසයට පිළිතුරු සපයන්න.

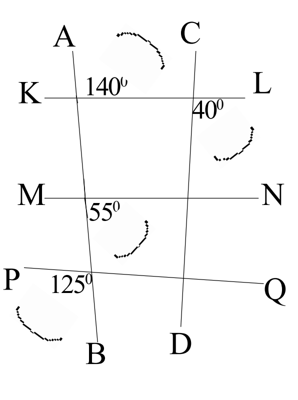
2.1 අභ්‍යාසය

1. පහත සඳහන් එක් එක් රූපයේ දැක්වෙන සරල රේඛා අතරින් සමාන්තර වන සරල රේඛා යුගලයන් නම් කර ලියන්න.

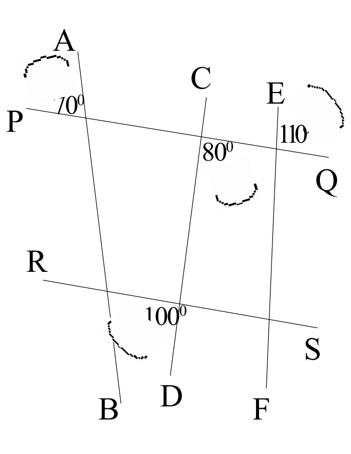
(i)



(ii)

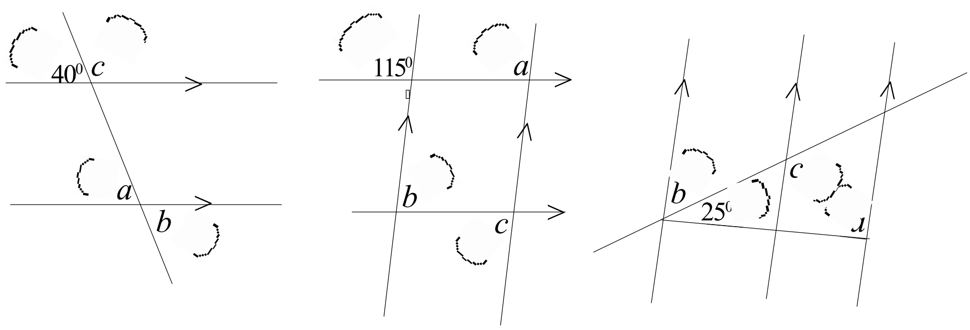


(iii)



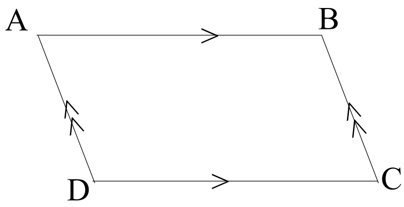
2. පහත සඳහන් එක් එක් රූපයේ *a, b, c* මගින් දක්වා ඇති කෝණවල අගය සොයන්න.

(i) (ii) (iii)



2.2 සමාන්තරාස්‍රය හැඳින්වීම

සම්මුඛ පාද යුගල දෙක ම සමාන්තර වන චතුරස්‍රය සමාන්තරාස්‍රයක් ලෙස හඳුන්වයි.



දී ඇති ABCD චතුරස්‍රයේ AB // DC හා AD // BC වේ.

$\therefore$ ABCD සමාන්තරාස්‍රයකි.

මෙහි AB ට සම්මුඛ පාදය DC ද

DC ට සම්මුඛ පාදය AB ද

AD ට සම්මුඛ පාදය BC ද

BC ට සම්මුඛ පාදය AD ද වේ.

තව ද $\hat{A}$ ට සම්මුඛ කෝණය $\hat{C}$ ද

$\hat{C}$ ට සම්මුඛ කෝණය $\hat{A}$ ද

$\hat{B}$ ට සම්මුඛ කෝණය $\hat{D}$ ද

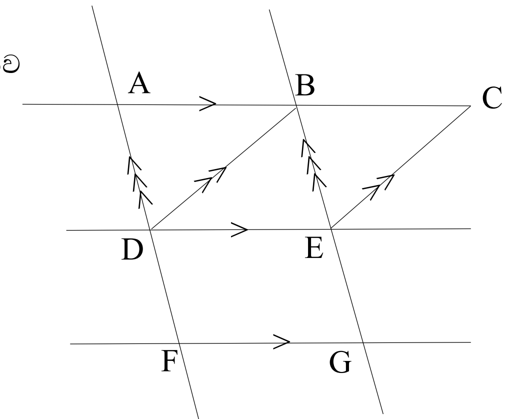
$\hat{D}$ ට සම්මුඛ කෝණය $\hat{B}$ ද වේ.

A හා C යා කළ විට AC විකර්ණය ද

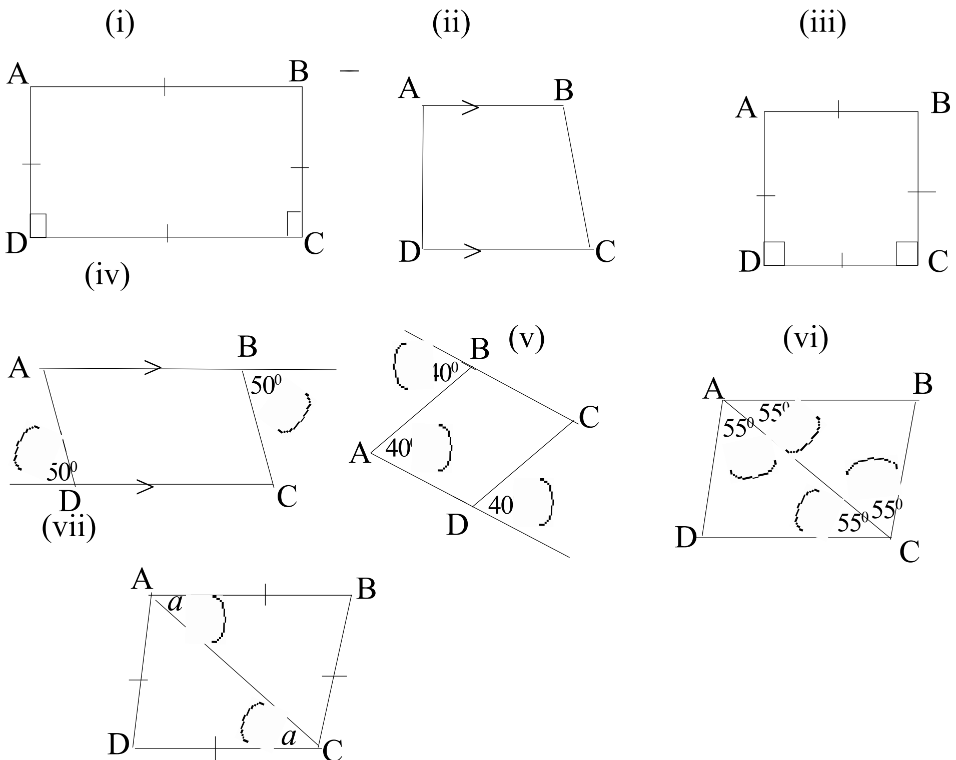
B හා D යා කළ විට BD විකර්ණය ද ලැබේ.

2.2 අභ්‍යාසය

1. රූපයේ ලකුණු කර ඇති තොරතුරු අනුව සමාන්තරාස්‍ර හතරක් නම් කර ලියන්න.



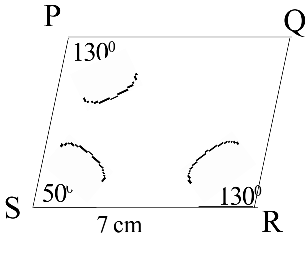
2. පහත සඳහන් චතුරස්‍ර අතරින් සමාන්තරාස්‍ර වන ඒවා තෝරා එහි අංකය ලියන්න.



3. (i) සරල දාරය හා කෝණමානය භාවිතයෙන් රූපයේ දැක්වෙන PQRS චතුරස්‍රය නිර්මාණය කරන්න.

   (ii) PQ හා QR දිග මැන ලියන්න.

   (iii) $P\hat{Q}R$ මැන ලියන්න.



(iv) ඔබ නිර්මාණය කළ චතුරස්‍රය සමාන්තරාස්‍රයක් වේ ද? ඔබේ පිළිතුරට හේතු ලියන්න.

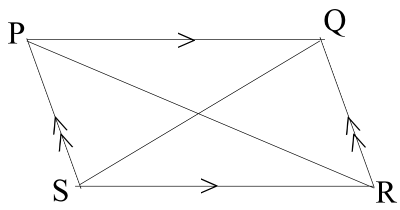
(v) එම චතුරස්‍රයේ (a) සම්මුඛ පාද පිළිබඳ සම්බන්ධතාවයක් ලියන්න.

(b) සම්මුඛ කෝණ පිළිබඳ සම්බන්ධතාවයක් ලියන්න.

2.3 සමාන්තරාස්‍ර ආශ්‍රිත ප්‍රමේය

ප්‍රමේයය :
සමාන්තරාස්‍රයක
(i) සම්මුඛ පාද සමාන වේ.
(ii) සම්මුඛ කෝණ සමාන වේ.
(iii) එක් එක් විකර්ණය මගින් සමාන්තරාස්‍රයේ වර්ගඵලය සමච්ඡේදනය කරයි.

PQRS සමාන්තරාස්‍රයකි. එවිට ප්‍රමේයට අනුව



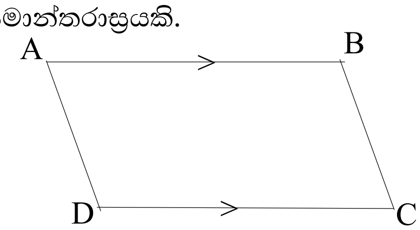
(i) PQ = SR හා PS = QR

(ii) $P\hat{Q}R = P\hat{S}R$ හා $Q\hat{P}S = Q\hat{R}S$

(iii) PQR Δයේ වර්ගඵලය = PSR Δයේ වර්ගඵලය

PQS Δයේ වර්ගඵලය = QRS Δයේ වර්ගඵලය වේ.

පහත දැක්වෙන්නේ ABCD සමාන්තරාස්‍රයකි.



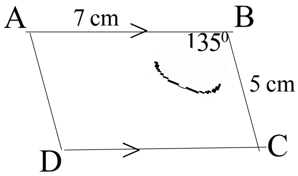
එහි පාද හතර ම හා අභ්‍යන්තර කෝණ හතර ම මැන පහත හිස්තැන් සම්පූර්ණ කරන්න.

AB = ...	$A\hat{B}C$ = ...
BC = ...	$B\hat{A}D$ = ...
CD = ...	$A\hat{D}C$ = ...
AD = ...	$B\hat{C}D$ = ...

ඒ අනුව ඉහත ප්‍රමේයයේ සඳහන් දේ සත්‍ය දැයි පරීක්ෂාකර බලන්න.

නිදසුන 1

ABCD සමාන්තරාස්‍රයේ AB = 7 cm, BC = 5 cm, $A\hat{B}C = 135^0$ කි.



(i) ABCD සමාන්තරාස්‍රයේ පරිමිතිය සොයන්න.

(ii) $A\hat{D}C$ අගය සොයන්න.

(iii) $B\hat{C}D$ හි අගය සොයන්න.

(i) DC = AB = 7 cm (සමාන්තරාස්‍රයේ සම්මුඛ පාද සමාන වීම)

AD = BC = 5 cm (සමාන්තරාස්‍රයේ සම්මුඛ පාද සමාන වීම)

$\therefore$ පරිමිතිය $= (7 + 5 + 7 + 5)$ cm

$= 24$ cm

(ii) $A\hat{D}C = A\hat{B}C$ (සමාන්තරාස්‍රයේ සම්මුඛ කෝණ සමාන වීම)

$\therefore A\hat{D}C = 135^0$

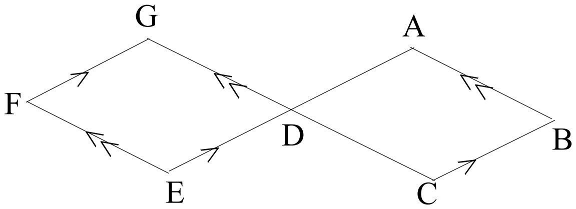
(iii) $A\hat{B}C + B\hat{C}D = 180^0$ (AB // DC හා මිත්‍ර කෝණ පරිපූරක වීම)

$135^0 + B\hat{C}D = 180^0$

$B\hat{C}D = 180^0 - 135^0 = 45^0$

නිදසුන 2

රූපයේ දැක්වෙන ABCD හා DEFG සමාන්තරාස්‍ර දෙකේ CDG හා ADE සරල රේඛා වේ. $G\hat{F}E = A\hat{B}C$ බව පෙන්වන්න.



දත්තය :- ABCD හා DEFG සමාන්තරාස්‍ර දෙක පිහිටා ඇත්තේ CDG හා ADE සරල රේඛා වන පරිදි ය.

ඔ. ක. යු :- $G\hat{F}E = A\hat{B}C$ බව

සාධනය :-

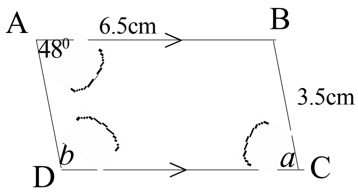
$G\hat{F}E = G\hat{D}E$ (DEFG සමාන්තරාස්‍රයේ සම්මුඛ කෝණ සමාන වීම)

$A\hat{B}C = A\hat{D}C$ (ABCD සමාන්තරාස්‍රයේ සම්මුඛ කෝණ සමාන වීම)

නමුත් $G\hat{D}E = A\hat{D}C$ (ප්‍රතිමුඛ කෝණ සමාන වීම)

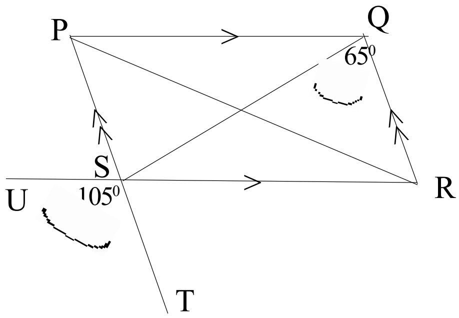
$\therefore G\hat{F}E = A\hat{B}C$ (ප්‍රත්‍යක්ෂ)

2.3 අභ්‍යාසය



1. රූපයේ ලකුණු කර ඇති තොරතුරු අනුව a හා b හි අගය සොයන්න.

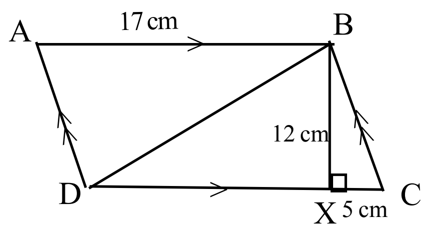
   ABCD හි පරිමිතිය සොයන්න.



2. PQRS සමාන්තරාස්‍රයේ PS හා RS පාද පිළිවෙලින් T හා U දක්වා දික් කර තිබේ. $T\hat{S}U = 105^0$ හා $S\hat{Q}R = 65^0$ කි. පහත සඳහන් කෝණවල විශාලත්ව සොයන්න.

   (i) $P\hat{S}R$ (ii) $P\hat{Q}R$ (iii) $P\hat{Q}S$

   (iv) $Q\hat{S}R$ (v) $S\hat{P}Q$ (vi) $S\hat{R}Q$



3. ABCD සමාන්තරාස්‍රයේ B සිට DC ට ලම්බ ලෙස BX ඇඳ තිබේ. AB = 17 cm, BX = 12 cm, CX = 5 cm වේ.

   (i) BC දිග සොයන්න. (ඉඟිය : පයිතගරස් සම්බන්ධය යොදාගන්න)

   (ii) AD දිග කීය ද?

   (iii) ABCD හි පරිමිතිය සොයන්න.

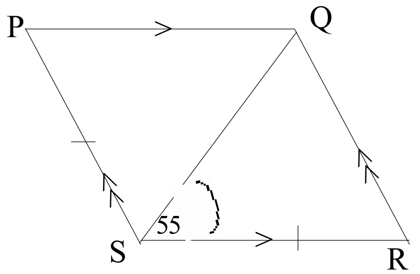
   (iv) ABCD හි වර්ගඵලය සොයන්න.

   (v) ABD ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය කීය ද?

4. PQRS සමාන්තරාස්‍රයේ PS = SR වේ. $Q\hat{S}R = 55^0$ නම් පහත සඳහන් කෝණවල විශාලත්ව සොයන්න.

   (i) $P\hat{Q}S$ (ii) $S\hat{Q}R$ (iii) $Q\hat{R}S$

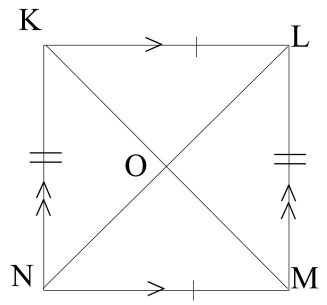
   (iv) $S\hat{P}Q$



5. KLMN සමාන්තරාස්‍රයේ KL = KN වේ. $N\hat{K}L = 90^0$ නම් පහත සඳහන් කෝණවල අගය සොයන්න.

   (i) $K\hat{N}L$ (ii) $L\hat{K}M$ (iii) $N\hat{K}M$

   (iv) $K\hat{O}L$

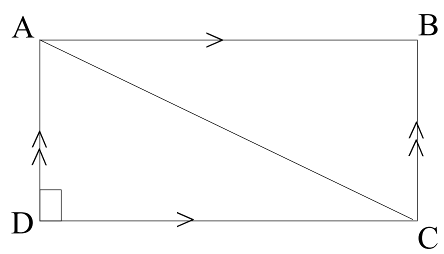


6. ABCD සමාන්තරාස්‍රයේ $\hat{D} = 90^0$ කි. AB = 12.5 cm හා ABCD හි පරිමිතිය 43cm කි.

   (i) DC දිග සොයන්න.

   (ii) BC දිග සොයන්න.

   (iii) ABC ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය සොයන්න.

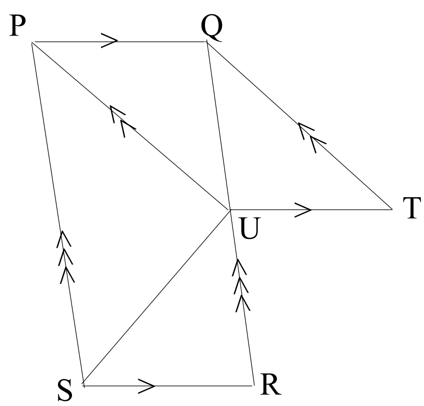


7. PQRS හා PQTU සමාන්තරාස්‍ර දෙකකි. QR හි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය U වන අතර UR = UT වේ.

   (i) $P\hat{U}Q = Q\hat{P}U$ බව පෙන්වන්න.

   (ii) $R\hat{S}U = R\hat{U}S$ බව පෙන්වන්න.

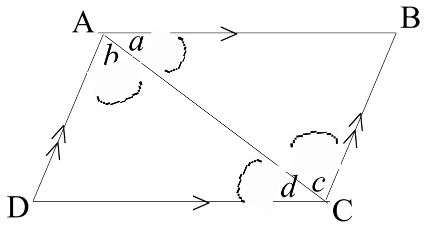
   (iii) $P\hat{U}S = 90^0$ බව පෙන්වන්න.



ඉහත අභ්‍යාස තුළින් තහවුරු කරගත් ප්‍රමේයය විධිමත් ලෙස සාධනය කරමු.

ජ්‍යාමිතික රූපසටහන්වල පාද හා කෝණ සමාන බව පෙන්වීම සඳහා බොහෝ අවස්ථාවල දී ත්‍රිකෝණ අංගසාම්‍යය යොදාගන්නා බව අපි දනිමු. මෙම සාධනය සඳහා ද අංගසාම්‍යය යොදා ගැනීමට හැකි දැයි විමසා බලමු.

ABCD සමාන්තරාස්‍රයේ AC විකර්ණය ඇඳීමෙන් ABC හා ADC ත්‍රිකෝණ දෙකක් හඳුනා ගත හැකි වේ.



එම ත්‍රිකෝණවල ලකුණු කර ඇති තොරතුරු අනුව,

ඒකාන්තර කෝණ සමාන බැවින් $a = d$ හා $c = b$ බව ද AC පාදය ත්‍රිකෝණ දෙකට ම පොදු බව ද පෙනේ.

ඒ අනුව ABC ත්‍රිකෝණය හා ABD ත්‍රිකෝණ කෝ. කෝ. පා. අවස්ථාව යටතේ අංගසම වන අතර, අංගසම ත්‍රිකෝණවල අනුරූප අංග සමාන වන බැවින්

AB = DC බවත්

BC = AD බවත්

$A\hat{B}C = A\hat{D}C$ බවත් කිව හැකි ය.

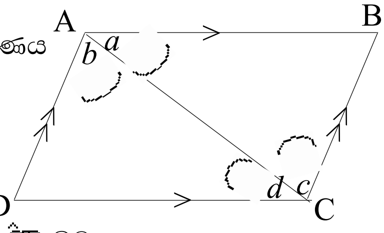
තව ද $a + b = c + d$ වන බැවින් $B\hat{A}D = B\hat{C}D$ බව ද කිව හැකි ය. එමෙන් ම අංගසම ත්‍රිකෝණ වර්ගඵලයෙන් සමාන වන බැවින්

ABC ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය = ADC ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය වේ.

BD විකර්ණය යා කර ඉහත පරිදිම අංගසම කිරීමෙන්

BCD ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය = BAD ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය බව ද පෙන්විය හැකි ය.

ප්‍රමේයයේ විධිමත් සාධනය



දත්තය : ABCD සමාන්තරාස්‍රයකි. එහි AC විකර්ණය ඇඳ තිබේ.

සා.ක. යු. : (i) $AB = DC,\ AD = BC$ බව

(ii) $A\hat{B}C = A\hat{D}C,\ \ B\hat{A}D = B\hat{C}D$ බව

(iii) $ABC\ \Delta$ වර්ගඵලය $= ADC\ \Delta$ වර්ගඵලය

$BAD\ \Delta$ වර්ගඵලය $= BCD\ \Delta$ වර්ගඵලය බව

සාධනය :-

$ABC\ \Delta$ හා $CDA\ \Delta$ දෙකේ

$B\hat{A}C = D\hat{C}A$ (ඒකාන්තර කෝණ $AB\ //\ DC$ නිසා)

$B\hat{C}A = D\hat{A}C$ (ඒකාන්තර කෝණ $AD\ //\ BC$ නිසා)

$AC = AC$ (පොදු පාදය)

$\therefore ABC\ \Delta \equiv CDA\ \Delta$ (කෝ. කෝ. පා.)

අංගසම ත්‍රිකෝණවල අනුරූප අංග සමාන වන බැවින්

$AB = DC$ හා $BC = AD$ ද

$A\hat{B}C = A\hat{D}C$ ද වේ.

අංගසම රූප වර්ගඵලයෙන් ද සමාන වන බැවින්

$ABC\ \Delta$ වර්ගඵලය $= ADC\ \Delta$ වර්ගඵලය

එලෙස ම BD යා කිරීමෙන් $BAD\ \Delta \equiv BCD\ \Delta$ බව පෙන්විය හැකි ය.

එවිට $B\hat{A}D = B\hat{C}D$ හා

$ABD\ \Delta$ වර්ගඵලය $= BCD\ \Delta$ වර්ගඵලය වේ.

$\therefore$ ප්‍රමේයය සත්‍ය වේ.

එනම් සමාන්තරාස්‍රයක

- සම්මුඛ පාද සමාන වේ.
- සම්මුඛ කෝණ සමාන වේ.
- විකර්ණ මගින් වර්ගඵලයන් සමච්ඡේදනය වේ.

2.4 සමාන්තරාස්‍රයක විකර්ණ ආශ්‍රිත ප්‍රමේය

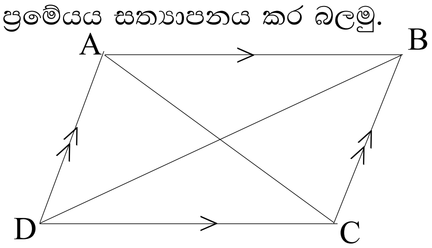
ප්‍රමේයය :

සමාන්තරාස්‍රයක විකර්ණ එකිනෙක සමච්ඡේදනය වේ.

ABCD සමාන්තරාස්‍රයේ AC හා BD විකර්ණ O හි දී ඡේදනය වී ඇත. එවිට ප්‍රමේයට අනුව

AO = OC හා BO = DO වේ.

ඉහත සඳහන් ප්‍රමේයය සත්‍යාපනය කර බලමු.



ඉහත ABCD සමාන්තරාස්‍රයකි.

එහි පහත සඳහන් රේඛා මැන හිස්තැන් සම්පූර්ණ කරන්න.

AC = ... BD = ...

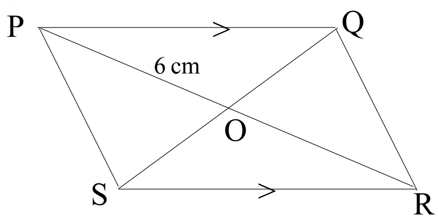
AO = ... BO = ...

OC = ... OD = ...

ඒ අනුව ඉහත ප්‍රමේයයේ සඳහන් දේ සත්‍ය දැයි පරීක්ෂා කර බලන්න.

නිදසුන 3

PQRS සමාන්තරාස්‍රයේ විකර්ණ O හි දී ඡේදනය වේ.



PO = QS = 6cm කි.

(i) OR දිග සොයන්න.

(ii) OQ දිග සොයන්න.

(i) PO = OR (සමාන්තරාස්‍රයේ විකර්ණ සමච්ඡේද වන නිසා)

PO = 6cm

$\therefore$ OR = 6cm

(ii) OQ = OS (සමාන්තරාස්‍රයේ විකර්ණ)

$\therefore\ OQ = \frac{1}{2}QS$

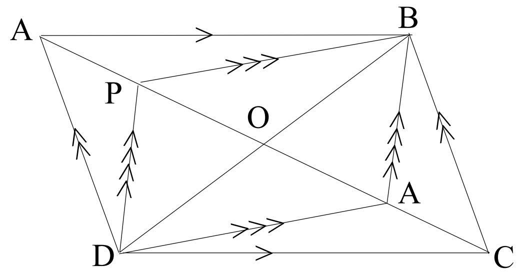
$QS = 6\text{ cm}$

$\therefore\ OQ = \frac{1}{2}\times 6$

$OQ = 3\text{ cm}$

නිදසුන 4

ABCD සමාන්තරාස්‍රයේ AC විකර්ණය මත P හා Q පිහිටා ඇත්තේ BQDP සමාන්තරාස්‍රයක් වන පරිදි ය. AP = CQ බව පෙන්වන්න.



දත්තය :- ABCD සමාන්තරාස්‍රයේ AC විකර්ණය මත P හා Q පිහිටා ඇත්තේ BQDP සමාන්තරාස්‍රයක් වන පරිදි ය.

සා. ක. යු. :- AP = CQ බව.

නිර්මාණය :- BD විකර්ණය ඇඳ එය AC විකර්ණය ඡේදනය වන ලක්ෂ්‍යය O ලෙස නම්කිරීම.

සාධනය :- AO = OC (ABCD සමාන්තරාස්‍රයේ විකර්ණ සමච්ඡේද වීම)

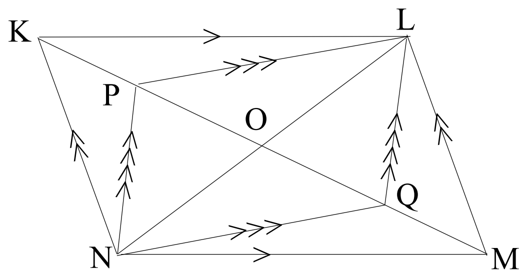
PO = OQ (PBQD සමාන්තරාස්‍රයේ විකර්ණ සමච්ඡේද වීම)

$\therefore$ AO - PO = OC - OQ (ප්‍රත්‍යක්ෂ)

AP = QC (රූපයෙන්)

2.4 අභ්‍යාසය

(1) KLMN හා PLQN සමාන්තරාස්‍ර දෙකක් රූපයේ දැක් වේ. එහි OL = 5 cm, OP = 3 cm හා OM = 7 cm වේ. ON, OK, PK හා QM පාදවල දිග සොයන්න.



(2) ABCD සමාන්තරාස්‍රයේ විකර්ණ O හි දී ලම්බව ඡේදනය වේ.

AC = 24 cm, BD = 18 cm කි

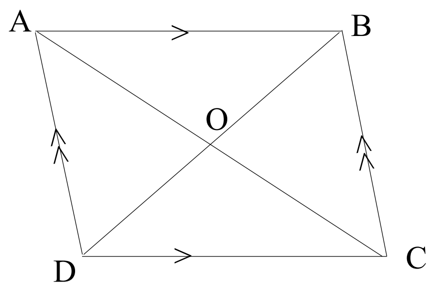
(i) AO දිග කීයද ?

(ii) BO දිග කීය ද?

(iii) AB දිග සොයන්න.

(iv) BC දිග සොයන්න.

(v) සමාන්තරාස්‍රයේ පරිමිතිය සොයන්න.



(3) ABCD සමාන්තරාස්‍රයේ විකර්ණ O හි දී ඡේදනය වේ. DB ට සමාන්තරව C හරහා ඇඳි රේඛාව හා AC ට සමාන්තරව B හරහා ඇඳි රේඛාව P හි දී හමු වේ. $ADO\,\Delta \equiv BPC\,\Delta$ බව සාධනය කරන්න.

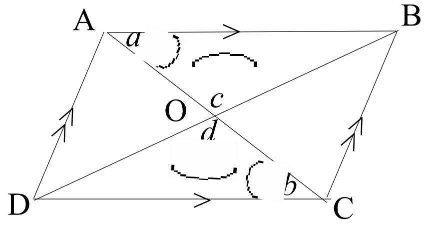
(4) PQRS සමාන්තරාස්‍රයේ විකර්ණ O හි දී ඡේදනය වේ. SP = PT වන සේ SP පාදය T දක්වා ද, OP = PU වන සේ RP විකර්ණය U දක්වා ද දික් කර තිබේ.

(i) $QRO\,\Delta \equiv TPU\,\Delta$ බව

(ii) TU = OS බව සාධනය කරන්න.

ඉහත අභ්‍යාසය තුළින් තහවුරු කරගත් ප්‍රමේය විධිමත් ලෙස සාධනය කරමු.

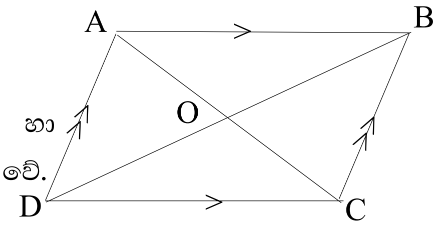
ABCD සමාන්තරාස්‍රයේ AC හා BD විකර්ණ O හි දී ඡේදනය වී ඇති අතර AO = OC හා BO = OD බව පෙන්විය යුතු වේ. මේ සඳහා AOB Δ හා COD Δ අංගසම කළ හැකි දැයි සොයා බලමු.



AOB Δ හා COD Δ දෙකෙහි ලකුණු කර ඇති තොරතුරු අනුව ඒකාන්තර කෝණ සමාන බැවින් $a = b$ බව ද, ප්‍රතිමුඛ කෝණ සමාන බැවින් $c = d$ බව ද සමාන්තරාස්‍රයක සම්මුඛ පාද සමාන බැවින් AB = DC බව ද පැහැදිලි ය. එවිට AOB Δ හා COD Δ කෝ.කෝ.පා. අවස්ථාව යටතේ අංගසම වන අතර, අංගසම රූපවල අනුරූප අංග සමාන වන බැවින් AO = OC හා BO = OD වේ.

එනම් ප්‍රමේයය ඉහත ආකාරයට විධිමත් ලෙස සාධනය කළ හැකි ය.

ප්‍රමේයයේ විධිමත් සාධනය



දත්තය :- ABCD සමාන්තරාස්‍රයේ AC හා BD විකර්ණ O හි දී ඡේදනය වේ.

සා.ක.යු. :- AO = OC හා BO = OD බව.

සාධනය :- ABO Δ හා CDO Δ සැලකීමෙන්

AB = CD (ABCD සමාන්තරාස්‍රයේ සම්මුඛ පාද සමාන වීම)

$A\hat{B}O = C\hat{D}O$ (ඒකාන්තර කෝණ, AB // DC)

$A\hat{O}B = C\hat{O}D$ (ප්‍රතිමුඛ කෝණ සමාන වීම)

$\therefore$ ABO $\Delta \equiv$ CDO Δ (කෝ. කෝ. පා.)

අනුරූප අංග සමාන වේ.

$\therefore$ AO = OC හා BO = OD

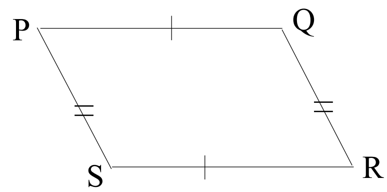
එනම් ප්‍රමේයය සත්‍ය වේ.

2.5 චතුරස්‍රයක් සමාන්තරාස්‍රයක් වන අවස්ථා

ප්‍රමේයය :

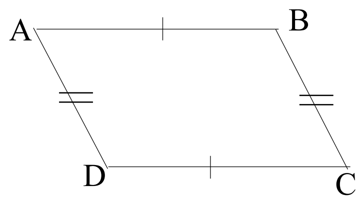
චතුරස්‍රයක සම්මුඛ පාද යුගල සමාන වන්නේ නම් එම චතුරස්‍රය සමාන්තරාස්‍රයක් වේ.

PQRS චතුරස්‍රයේ PQ = SR හා PS = QR නම් ප්‍රමේයයට අනුව PQRS සමාන්තරාස්‍රයකි.



මෙම ප්‍රමේයය සත්‍යාපනය කර බලමු.

උපදෙස් : AB = CD = 5cm හා AD = BC = 3cm වන සේ අඳින්න.



ABCD චතුරස්‍රයේ AB = DC හා AD = BC වේ. CD පාදය E දක්වා දික් කර ඇත.

පහත සඳහන් පාදවල දිග මැන ලියන්න.

AB = ... DC = ...

AD = ... BC = ...

පහත සඳහන් කෝණ මැන හිස්තැන් සම්පූර්ණ කරන්න.

$B\hat{A}D$ = ... $A\hat{D}E$ = ...

$B\hat{C}D$ = ...

$B\hat{A}D$ සමග ඒකාන්තර වන කෝණය කුමක් ද?

ඉහත සඳහන් ඒකාන්තර කෝණ යුගලය සමාන වේ ද?

ඒ අනුව AB හා EC රේඛා පිළිබඳ ව කුමක් කිව හැකි ද?

$B\hat{C}D$ සමග අනුරූප වන කෝණය කුමක් ද?

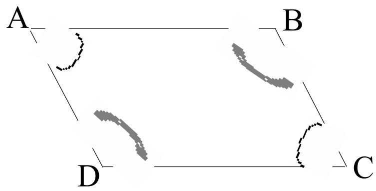
ඉහත සඳහන් අනුරූප කෝණ යුගලය සමාන වේ ද?

ඒ අනුව AD හා BC රේඛා පිළිබඳ කුමක් කිව හැකි ද?

ABCD චතුරස්‍රය සමාන්තරාස්‍රයක් වේ ද?

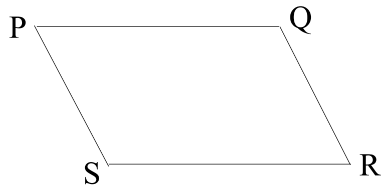
ප්‍රමේයය :
චතුරස්‍රයක සම්මුඛ කෝණ යුගල සමාන වන්නේ නම් එම චතුරස්‍රය සමාන්තරාස්‍රයක් වේ.

ABCD චතුරස්‍රයේ $\hat{A} = \hat{C}$ හා $\hat{B} = \hat{D}$ නම් ප්‍රමේයයට අනුව ABCD සමාන්තරාස්‍රයකි.



මෙම ප්‍රමේයය සත්‍යාපනය කර බලමු.

දී ඇති PQRS චතුරස්‍රයේ $\hat{P} = \hat{R}$ හා $\hat{Q} = \hat{S}$ වේ.



උපදෙස් : $\hat{Q} = \hat{S}$ ද $\hat{P} = \hat{R}$ ද වන සේ අඳින්න.

කෝණ මැන බැලීමෙන් පහත සඳහන් හිස්තැන් සම්පූර්ණ කරන්න.

$\hat{P}$ = ... $\hat{Q}$ = ...

$\hat{R}$ = ... $\hat{S}$

$\hat{P} + \hat{S}$ = ... + ... = ...

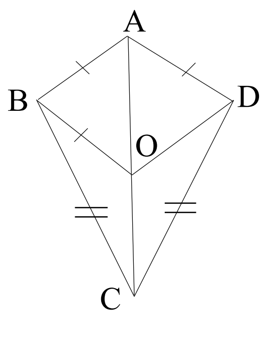
$\hat{P} + \hat{Q}$ = ... + ... = ...

ඉහත කෝණ යුගලවල ඓක්‍යය අනුව චතුරස්‍රයේ සම්මුඛ පාද සමාන්තර වන/ නොවන බව සඳහන් කරන්න.

PQRS චතුරස්‍රය සමාන්තරාස්‍රයක් වන්නේ ද? ....

නිදසුන 5

ABCD චතුරස්‍රයේ AB = AD හා BC = DC වේ. AC මත O ලක්ෂ්‍යය පිහිටා ඇත්තේ AB = BO වන පරිදි ය. ABOD සමාන්තරාස්‍රයක් බව පෙන්වන්න.



දත්තය :- ABCD චතුරස්‍රයේ AB = AD හා BC = DC වේ. AB = BO වන පරිදි AC මත O ලක්ෂ්‍යය පිහිටා ඇත.

සා.ක.යු. :- ABOD සමාන්තරාස්‍රයක් බව

සාධනය :- ABC හා ADC ත්‍රිකෝණ සැලකීමෙන්

AB = AD (දත්තය)

BC = CD (දත්තය)

AC = AC (පොදු පාදය)

$\therefore$ ABC $\Delta \equiv$ ADC Δ (පා. පා. පා.)

$\therefore$ අනුරූප අංග සමාන වේ.

$\therefore$ $B\hat{A}C = D\hat{A}C$

BAO හා DAO ත්‍රිකෝණ සැලකීමෙන්

AB = AD (දත්තය)

$B\hat{A}O = D\hat{A}O$ (ඉහත සාධිතය)

AO = AO (පොදු පාදය)

$\therefore$ ABO $\Delta \equiv$ ADO Δ (පා. කෝ. පා.)

$\therefore$ BO = OD (අනුරූප අංග සමානවීම)

නමුත් BO = AB (දත්තයෙන්)

$\therefore$ AB = OD (ප්‍රත්‍යක්ෂ)

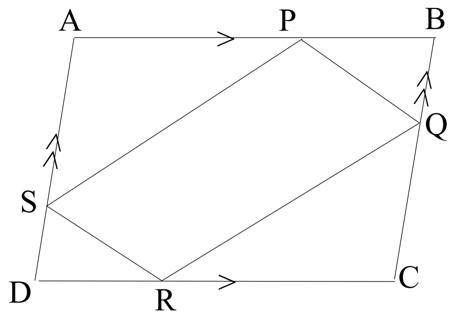
එමෙන් ම AD = AB = BO (දත්තයන්)

$\therefore$ AD = BO (2)

(1) හා (2) ට අනුව ABOD සමාන්තරාස්‍රයකි. (සම්මුඛ පාද සමානවීම)

2.5 අභ්‍යාසය

(1) ABCD සමාන්තරාස්‍රයේ AB, BC, CD හා DA පාද මත පිළිවෙලින් P, Q, R හා S ලක්ෂ්‍ය පිහිටා ඇත්තේ AP = CR හා BQ = DS වන පරිදි ය.

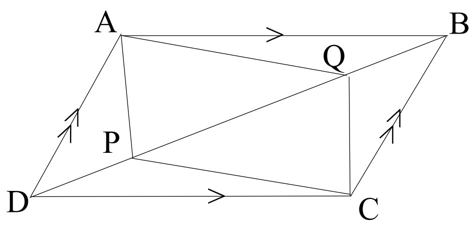


(i) APS $\Delta \equiv$ CQR Δ බව

(ii) PS = QR බව

(iii) SR = PQ බව (iv) PQRS සමාන්තරාස්‍රයක් බව

(2) ABCD සමාන්තරාස්‍රයේ BD විකර්ණය මත P හා Q ලක්ෂ්‍ය පිහටා ඇත්තේ DP = BQ වන පරිදි ය.

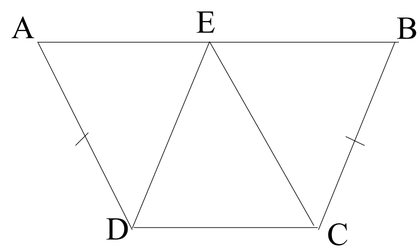


(i) $ADP\Delta \equiv BCQ\Delta$ බව

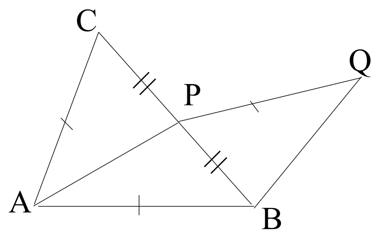
(ii) $A\hat{P}Q = P\hat{Q}C$ බව

(iii) AQCP සමාන්තරාස්‍රයක් බව සාධනය කරන්න.

(3) ABCD චතුරස්‍රයේ AD = BC හා AB = 2 DC වේ. AB හි මධ්‍යලක්ෂ්‍ය E වන අතර $C\hat{E}B = C\hat{B}E$ වේ. AECD සමාන්තරාස්‍රයක් බව සාධනය කරන්න.



(4) ABC ත්‍රිකෝණයේ AB = AC වේ. BC හි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය P වන අතර BC රේඛාවට B හි දී ඇඳි ලම්බයට Q හි දී හමුවන සේ රේඛාවක් ඇඳ ඇතතේ AC = PQ වන පරිදි ය.



(i) $A\hat{P}B = 90^0$ බව පෙන්වන්න.

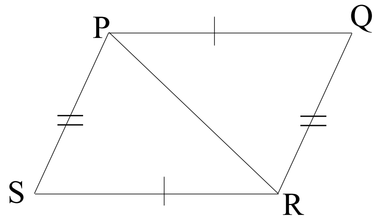
(ii) $ABP\Delta \equiv QBP\Delta$ බව පෙන්වන්න.

(iii) APQB සමාන්තරාස්‍රයක් බව පෙන්වන්න.

"චතුරස්‍රයක සම්මුඛ පාද යුගල දෙක ම සමාන නම් එම චතුරස්‍රය සමාන්තරාස්‍රයකි." යන ප්‍රමේයය විධිමත් ව සාධනය කරමු.

දත්තය :- PQRS චතුරස්‍රයේ PQ = SR හා PS = QR වේ.

සා.ක.යු :- PQRS සමාන්තරාස්‍රයක් බව



නිර්මාණය :- PR යා කිරීම.

සාධනය :- $PQR\,\Delta$ හා $RSP\,\Delta$ සැලකීමෙන්

PQ = SR (දත්තය)

QR = PS (දත්තය)

PR = PR (පොදු පාදය)

$\therefore\ PQR\,\Delta \equiv RSP\,\Delta$ (පා. පා. පා.)

$\therefore\ Q\hat{P}R = P\hat{R}S$ වේ. (අංගසම ත්‍රිකෝණවල අනුරූප අංග)

$\therefore\ PQ\,//\,SR$ (ඒකාන්තර කෝණ සමාන නිසා)

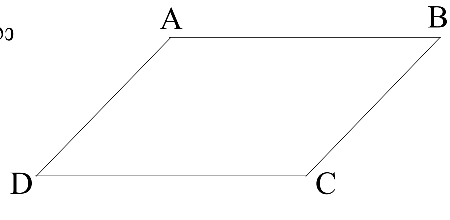
එලෙසම $Q\hat{R}P = R\hat{P}S$ (අංගසම ත්‍රිකෝණවල අනුරූප අංග සමානවීම)

$\therefore\ QR\,//\,PS$ (ඒකාන්තර කෝණ සමාන නිසා)

PQ = SR ඉහත පෙන්වා ඇත.

$\therefore$ PQRS සමාන්තරාස්‍රයකි.

'චතුරස්‍රයක සම්මුඛ කෝණ යුගල දෙක ම සමාන නම් එම චතුරස්‍රය සමාන්තරාස්‍රයකි" යන ප්‍රමේයය විධිමත් ව සාධනය කරමු.



දත්තය :- ABCD චතුරස්‍රයේ $\hat{A} = \hat{C}$ හා $\hat{B} = \hat{D}$ වේ.

සා.ක.යු :- ABCD සමාන්තරාස්‍රයක් බව

සාධනය :- $\hat{A}+\hat{B}+\hat{C}+\hat{D} = 360^0$ (චතුරස්‍රයක අභ්‍යන්තර කෝණ එකතුව)

$\hat{A} = \hat{C}$ හා $\hat{B} = \hat{D}$ (දත්තය)

$\therefore \hat{A}+\hat{B}+\hat{A}+\hat{B} = 360^0$ (ආදේශයෙන්)

$2(\hat{A}+\hat{B}) = 360^0$

$\therefore \hat{A}+\hat{B} = 360^0 \div 2 = 180^0$

$\therefore AD \parallel BC$ (මිත්‍රකෝණ පරිපූරක වීම)

$\hat{A}+\hat{B} = 180^0$ හි $\hat{B} = \hat{D}$ ආදේශ කිරීමෙන්

$\hat{A}+\hat{D} = 180^0$

$AB \parallel DC$ (මිත්‍රකෝණ පරිපූරක වීම)

$AD \parallel BC$ (ඉහත පෙන්වා ඇත.)

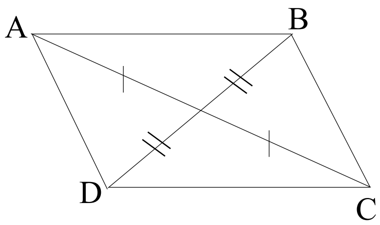
$\therefore$ ABCD සමාන්තරාස්‍රයකි.

2.6 චතුරස්‍රයක් සමාන්තරාස්‍රයක් වන අවස්ථා තව දුරටත්

ප්‍රමේයය :

චතුරස්‍රයක විකර්ණ එකිනෙක සමච්ඡේදනය වන්නේ නම් එම චතුරස්‍රය සමාන්තරාස්‍රයක් වේ.

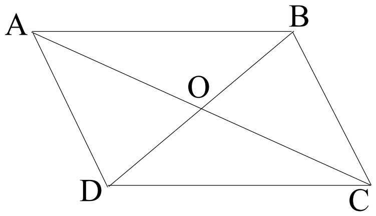
ABCD චතුරස්‍රයේ විකර්ණ O හි දී ඡේදනය වන්නේ AO = OC හා BO = OD වන පරිදි නම් ප්‍රමේයයට අනුව ABCD සමාන්තරාස්‍රයකි.



මෙම ප්‍රමේයය සත්‍යාපනය කර බලමු.

ABCD චතුරස්‍රයේ AO = OC හා BO = OD වේ.

දිග මැන බැලීමෙන් ඉහත සඳහන් සම්බන්ධතා සත්‍ය බව පෙන්වන්න.



AO = ... OB = ...

OC = ... OD = ...

පහත සඳහන් කෝණ මැන හිස්තැන් සම්පූර්ණ කරන්න.

$B\hat{A}C =$ .... $B\hat{C}A =$ ....

$A\hat{C}D =$ .... $C\hat{A}D =$ ....

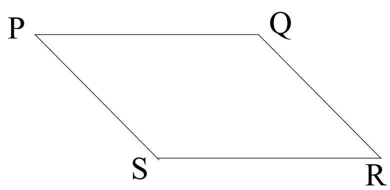
$B\hat{A}C$ හා $A\hat{C}D$ හි අගයන් අනුව AB හා DC රේඛා පිළිබඳ කුමක් කිව හැකි ද?

$B\hat{C}A$ හා $C\hat{A}D$ හි අගයන් අනුව AD හා BC රේඛා පිළිබඳ කුමක් කිව හැකි ද?

ABCD චතුරස්‍රය කුමන නමින් හැඳින්විය හැකි වේ ද?

ප්‍රමේයය :

චතුරස්‍රයක සම්මුඛ පාද යුගලයක් සමාන හා සමාන්තර වන්නේ නම් එම චතුරස්‍රය සමාන්තරාස්‍රයක් වේ.



PQRS චතුරස්‍රයේ PQ = SR හා PQ // SR නම් ප්‍රමේයයට අනුව PQRS සමාන්තරාස්‍රයකි.

මෙම ප්‍රමේයය සත්‍යාපනය කර බලමු.

PQRS චතුරස්‍රයේ PQ = SR හා PQ // SR වේ.

පහත සඳහන් කෝණ මැන හිස්තැන් සම්පූර්ණ කරන්න.

$Q\hat{R}S =$ ....

$R\hat{S}P =$ ....

$Q\hat{R}S + R\hat{S}P =$ ....

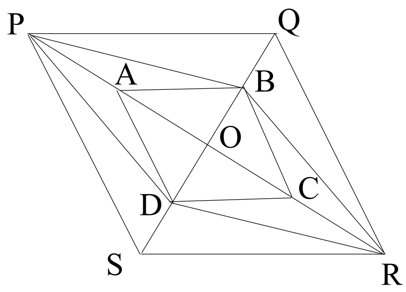
ඉහත මැනගත් කෝණ යුගලයේ ඓක්‍යය අනුව PS හා QR රේඛා පිළිබඳ කුමක් කිව හැකි ද?

PQRS චතුරස්‍රයේ සම්මුඛ පාද යුගල පිළිබඳ කුමක් කිව හැකි ද?

PQRS චතුරස්‍රය කුමන නමින් හැඳින්විය හැකි වේ ද?

නිදසුන 6

PQRS සමාන්තරාස්‍රයේ විකර්ණ O හි දී ඡේදනය වේ. එම විකර්ණ මත A, B, C, D ලක්ෂ්‍ය පිහිටා ඇත්තේ AP = CR හා QS = SD වන පරිදි ය.



(i) ABCD සමාන්තරාස්‍රයක් බව

(ii) PBRD සමාන්තරාස්‍රයක් බව

සාධනය කරන්න.

දත්තය :- PQRS සමාන්තරාස්‍රයේ විකර්ණ O හි දී ඡේදනය වේ. එම විකර්ණ මත A, B, C, D ලක්ෂ්‍ය පිහිටා ඇත්තේ AP = CR හා QS = SD වන පරිදි ය.

සා. ක. යු. :- (i) ABCD සමාන්තරාස්‍රයක් බව

(ii) PBRD සමාන්තරාස්‍රයක් බව

සාධනය :- (i) PO = OR (PQRS සමාන්තරාස්‍රයේ විකර්ණ සමච්ඡේද විම)

PA = CR (දත්තය)

PO - PA = OR - CR (ප්‍රත්‍යක්ෂ)

AO = OC (රූපයෙන්)

එපරිද්දෙන් ම OB = OD වේ.

$\therefore$ ABCD සමාන්තරාස්‍රයකි (විකර්ණ සමච්ඡේදවීම නිසා)

(ii) PBRD චතුරස්‍රයේ විකර්ණ සමච්ඡේද විම)

PO = OR (PQRS සමාන්තරාස්‍රයේ විකර්ණ)

OB = OD - CR (ඉහත i හි පරිදි)

$\therefore$ PBRD සමාන්තරාස්‍රයකි (විකර්ණ සමච්ඡේදවීම නිසා)

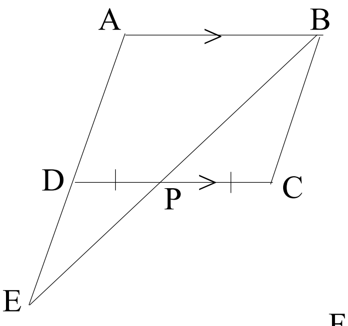
2.6 අභ්‍යාසය

(1) ABCD සමාන්තරාස්‍රයේ DC පාදයේ මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය P වේ. දික් කල AD හා BP රේඛා E හි දී හමු වේ.

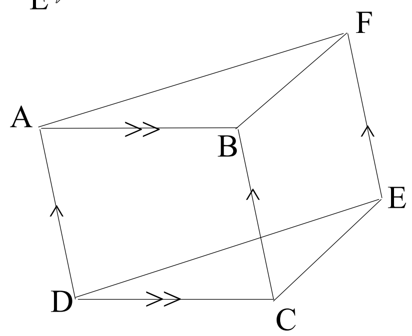
(i) $BCP\Delta \equiv EDP\Delta$ බව

(ii) BCED සමාන්තරාස්‍රයක් බව

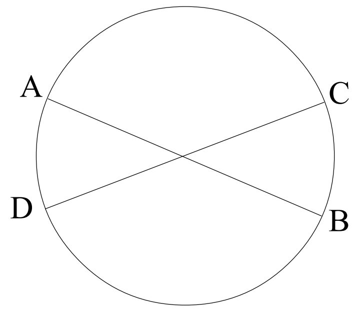
සාධනය කරන්න.



(2) ABCD හා BCEF යනු BC රේඛාවෙන් දෙපස පිහිටි BC පොදු පාදයක් වූ සමාන්තරාස්‍ර දෙකකි. ADEF සමාන්තරාස්‍රයක් බව පෙන්වන්න.



(3) AB හා CD යනු වෘත්තයක විෂ්කම්භ දෙකකි. ACBD සමාන්තරාස්‍රයක් බව පෙන්වන්න.

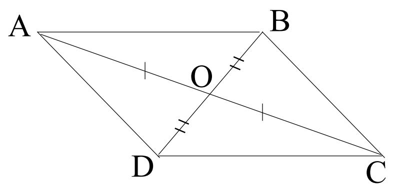


"චතුරස්‍රයක විකර්ණ එකිනෙක සමච්ඡේදනය වන්නේ නම් එම චතුරස්‍රය සමාන්තරාස්‍රයකි." යන ප්‍රමේයය විධිමත් ව සාධනය කරමු.

දත්තය :- ABCD චතුරස්‍රයේ විකර්ණ O හි දී ඡේදනය වේ.

AO = OC හා BO = OD වේ..

සා.ක.යු :- ABCD සමාන්තරාස්‍රයක් බව.



සාධනය :- $AOB\ \Delta$ හා $COD\ \Delta$ සැලකීමෙන්

$AO = CO$ (දත්තය)

$BO = DO$ (දත්තය)

$A\hat{O}B = C\hat{O}D$ (ප්‍රතිමුඛ කෝණ)

$\therefore\ AOB\ \Delta \equiv COD\ \Delta$ (පා. කෝ. පා.)

$\therefore\ B\hat{A}O = O\hat{C}D$ (අංගසම ත්‍රිකෝණවල අනුරූප අංග)

$\therefore\ AB \parallel DC$ (ඒකාන්තර කෝණ සමාන නිසා)

එලෙස ම $BOC\ \Delta \equiv DOA\ \Delta$ බව සාධනය කිරීමෙන්

$AD \parallel BC$ වේ.

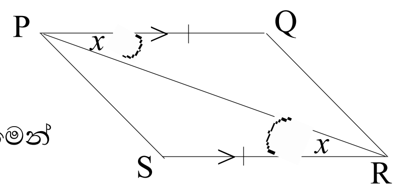
$AB \parallel DC$ ඉහත පෙන්වා ඇත.

$\therefore\ ABCD$ සමාන්තරාස්‍රයකි.

චතුරස්‍රයක සම්මුඛ පාද යුගලයක් සමාන්තර හා සමාන වේ නම් එම චතුරස්‍රය සමාන්තරාස්‍රයකි යන ප්‍රමේයය විධිමත් ව සාධනය කරමු.

දත්තය :- PQRS චතුරස්‍රයේ $PQ \parallel SR$ හා $PQ = SR$ වේ..

සා.ක.යු :- PQRS සමාන්තරාස්‍රයක් බව.



නිර්මාණය :- PR විකර්ණය ඇඳීම.

සාධනය :- $PQR\ \Delta$ හා $RSP\ \Delta$ සැලකීමෙන්

$PQ = SR$ (දත්තය)

$Q\hat{P}R = P\hat{R}S$ (ඒකාන්තර කෝණ, $PQ \parallel SR$ නිසා)

$PR = PR$ (පොදු පාදය)

$\therefore\ PQR\ \Delta \equiv RSP\ \Delta$ (පා. කෝ. පා.)

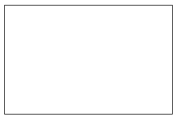
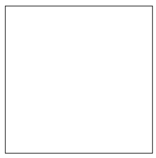
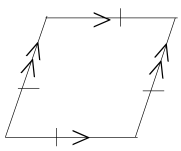
$\therefore\ Q\hat{R}P = R\hat{P}S$ (අංගසම ත්‍රිකෝණවල අනුරූප අංග)

$\therefore\ QR \parallel PS$ (ඒකාන්තර කෝණ සමාන නිසා)

$PQ \parallel SR$ (දත්තය)

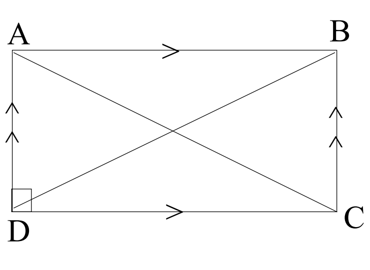
PQRS සමාන්තරාස්‍රයකි.

2.7 විශේෂ ලක්ෂණ සහිත සමාන්තරාස්‍ර

සමාන්තරාස්‍රය	හැඳින්වීම	විශේෂ ලක්ෂණ
සෘජුකෝණාස්‍රය 	ශීර්ෂ කෝණයක් සෘජුකෝණයක් වන සමාන්තරාස්‍රය සෘජු-කෝණාස්‍රයක් ලෙස හඳුන්වයි.	විකර්ණ දිගින් සමාන වේ. සියලු ම කෝණ සෘජුකෝණ වේ.
සමචතුරස්‍රය 	ශීර්ෂ කෝණයක් සෘජුකෝණයක් වන බද්ධ පාද යුගලයක් සමාන වන සමාන්තරාස්‍රය සමචතුරස්‍රයක් ලෙස හඳුන්වයි.	සියලු ම පාද සමාන වේ. විකර්ණ දිගින් සමාන වේ. සියලු ම කෝණ සෘජුකෝණ වේ. විකර්ණ ලම්බව සමච්ඡේදනය වේ. විකර්ණ මගින් ශීර්ෂ කෝණ සමච්ඡේදනය කරයි. (45^0 කෝණවලට)
රොම්බසය 	බද්ධ පාද යුගලයක් සමාන වන ශීර්ෂ කෝණයක් සෘජුකෝණ නොවන සමාන්තරාස්‍රය රොම්බසයක් ලෙස හඳුන්වයි.	සියලු ම පාද සමාන වේ. විකර්ණ ලම්බව සමච්ඡේදනය වේ. විකර්ණ මගින් ශීර්ෂ කෝණ සමච්ඡේදනය කරයි.

ඉහත හඳුනාගත් සමාන්තරාස්‍රවල විශේෂ ලක්ෂණ තවදුරටත් පැහැදිලි කර ගනිමු.

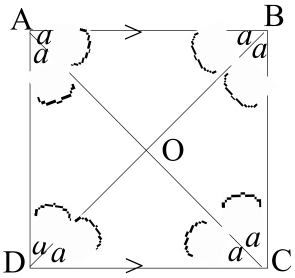
1.



ABCD සෘජුකෝණාස්‍රකි. එහි AC = BD වේ.

$A\hat{B}C = B\hat{C}D = C\hat{D}A = D\hat{A}B = 90^0$ වේ.

2.



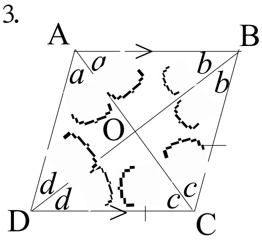
ABCD සමචතුරස්‍රයකි. එහි AB = BC = CD = AD වේ. AC = BD වේ. එහි $A\hat{O}B = 90^0$ වේ.

$B\hat{A}C = D\hat{A}C$, $A\hat{B}D = C\hat{B}D$, $B\hat{C}A = A\hat{C}D$, $A\hat{D}B = B\hat{D}C$ වේ

$A\hat{B}C = B\hat{C}D = C\hat{D}A = D\hat{A}B = 90^0$

ශීර්ෂ කෝණ 45^0 බැගින් කෝණ දෙකකට සමච්ඡේදනය වේ.

3.



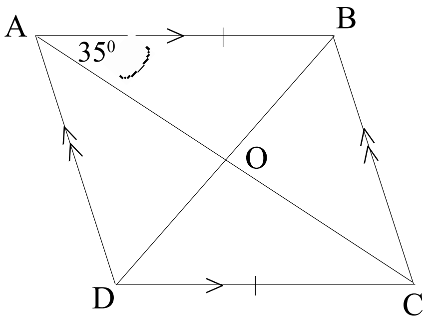
ABCD රොම්බසයකි. එහි AB = BC = CD = DA වේ.

$A\hat{O}B = 90^0$ වේ.

$B\hat{A}C = D\hat{A}C$, $A\hat{B}D = C\hat{B}D$, $B\hat{C}A = A\hat{C}D$, $A\hat{D}B = B\hat{D}C$ වේ.

නිදසුන 7

ABCD රොම්බසයේ $B\hat{A}O = 35^0$ කි. පහත සඳහන් කෝණවල අගය සොයන්න.



(i) $A\hat{O}B$ (ii) $D\hat{A}C$ (iii) $B\hat{C}D$

(iv) $A\hat{B}D$ (v) $A\hat{D}C$

(i) $AOB = 90^0$ (විකර්ණ ලම්භ නිසා)

(ii) $D\hat{A}C = C\hat{A}B$ (විකර්ණ මගින් ශීර්ෂ කෝණ සමච්ඡේද වන නිසා)

$\therefore\ D\hat{A}C = 35^0$

(iii) $B\hat{C}D = D\hat{A}B$ (සමාන්තරාස්‍රයේ සම්මුඛ කෝණ සමානවීම)

$D\hat{A}B = 35^0 + 35^0 = 70^0$

$\therefore\ B\hat{C}D = 70^0$

(iv) $A\hat{B}O + B\hat{O}A + O\hat{A}B = 180^0$ (ත්‍රිකෝණයක කෝණ ඓක්‍යය 180^0)

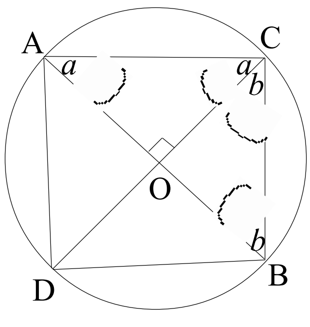
$$A\hat{B}O + 90^0 + 35^0 = 180$$
$$A\hat{B}O = 180^0 - (90^0 + 35^0)$$
$$\therefore A\hat{B}D = 55^0$$

(v) $A\hat{D}C = A\hat{B}C$ (සමාන්තරාස්‍රයක සම්මුඛ කෝණ)

$$A\hat{B}C = A\hat{D}B + D\hat{B}C$$
$$= 55^0 + 55^0$$
$$= 110^0$$
$$\therefore A\hat{D}C = 110^0$$

නිදසුන 8

AB හා CD යනු කේන්ද්‍රය O වූ වෘත්තයක එකිනෙකට ලම්භ වන විෂ්කම්භ දෙකකි. ACBD සමචතුරස්‍රයක් බව සාධනය කරන්න.



දත්තය :- AB හා CD යනු කේන්ද්‍රය O වූ වෘත්තයක එකිනෙකට ලම්භ වූ විෂ්කම්භ දෙකකි.

සා. ක. යු. :- ACBD සමචතුරස්‍රයක් බව

සාධනය :-

AO = OB (එකම වෘත්තයේ අරයන්)

CO = OD (එකම වෘත්තයේ අරයන්)

$\therefore$ ACBD සමාන්තරාස්‍රයකි. ——— (1)

AO = OC (එකම වෘත්තයේ අරයන්)

$\therefore O\hat{A}C = O\hat{C}A$ (සමද්විපාද ත්‍රිකෝණවල කෝණ)

$\therefore O\hat{A}C + OCA + AOC = 180^0$ (ත්‍රිකෝණයක කෝණ ඓක්‍යය)

$$a + a + 90^0 = 180^0$$

$2a = 180^0 - 90^0$

$a = \frac{90}{2} = 45^0$

$\therefore A\hat{C}D = 45^0$

එලෙස ම $B\hat{C}D = b = 45^0$ හා $C\hat{B}A = 45^0$ වේ.

$\therefore A\hat{C}B = 45^0 + 45^0 = 90^0$ ―――――――― (2)

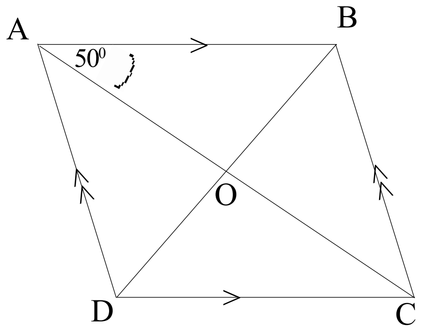
ABC ත්‍රිකෝණයෙහි $C\hat{A}B = C\hat{B}A = 45^0$ (ඉහත පෙන්වා ඇත)

$\therefore AC = BC$ ―――――(3) (සමාන කෝණවලට සම්මුඛ පාද සමාන වීම)

(1), (2) හා (3)ට අනුව ABCD සමචතුරස්‍රයකි.

2.7 අභ්‍යාසය

(1) ABCD රොම්බසයේ $B\hat{A}O = 50^0$ කි.



(i) $D\hat{A}O$ හි අගය කීයද?

(ii) $B\hat{C}O$ හි අගය කීයද?

(iii) $D\hat{O}C$ හි අගය කීයද?

(iv) $A\hat{B}O$ හි අගය කීයද?

(2) PQRS රොම්බසයේ විකර්ණ 12cm හා 16cm බැගින් දිග වේ. PQRS හි

(i) පාදයක දිග සොයන්න.

(ii) පරිමිතිය සොයන්න.

(iii) වර්ගඵලය සොයන්න.

(3) ABCD සමචතුරස්‍රයේ AC විකර්ණයේ දිග 20cm කි. ABCD හි

(i) පාදයක දිග සොයන්න.

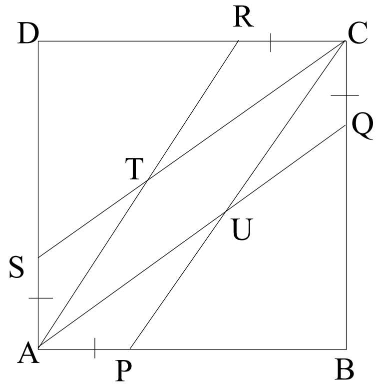
(ii) වර්ගඵලය සොයන්න.

(4) සමාන්තරාස්‍රයක විකර්ණ ලම්බ ව ඡේදනය වේ. එම සමාන්තරාස්‍රය රොම්බසයක් බව සාධනය කරන්න.

(5) ABCD චතුරස්‍රයේ ACB හා ACD ත්‍රිකෝණ සමපාද වේ. ABCD රොම්බසයක් බව සාධනය කරන්න.

2. මිශ්‍ර අභ්‍යාසය

(1) ABCD සමචතුරස්‍රයේ AB, BC, CD හා DA පාද මත P, Q, R හා S ලක්ෂ්‍ය පිහිටා ඇත්තේ AP= QC = CR = SA වන පරිදි ය. AR හා CS රේඛා T හි දීත් AQ හා CP රේඛා U හි දීත් ඡේදනය වේ. TCUA රොම්බසයක් බව සාධනය කරන්න.

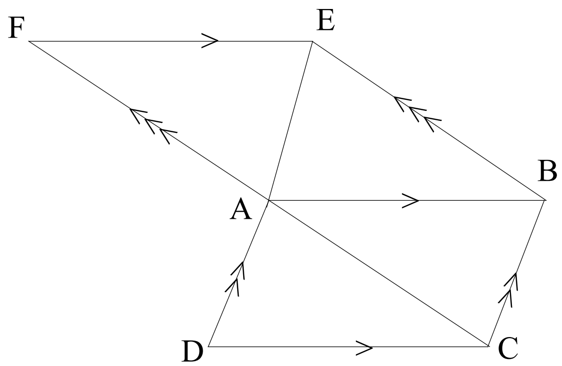


(2) ABCD හා ABEF සමාන්තරාස්‍ර දෙකකි. එහි AE = AD හා AF = AC වේ.

(i) E, A හා D ලක්ෂ්‍ය ඒකරේඛීය බව

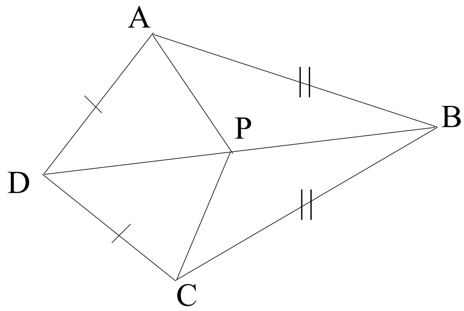
(ii) F, A, C ලක්ෂ්‍ය ඒකරේඛීය බව

සාධනය කරන්න.



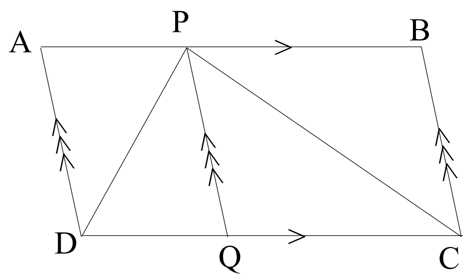
(3) ABCD චතුරස්‍රයේ AB = BC හා AD = CD වේ. BD විකර්ණය මත P ලක්ෂ්‍යය පිහිටා ඇත්තේ AD = AP වන පරිදි ය.

APCD රොම්බසයක් බව සාධනය කරන්න.

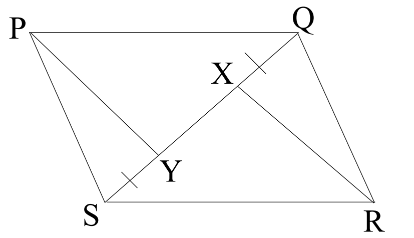


(4) ABCD සමාන්තරාස්‍රයේ AD ට සමාන්තරව ඇඳි රේඛාවක් P හා Q හි දී පිළිවෙලින් AB හා DC ඡේදනය කරයි.

PDCA වර්ගඵලය $= \frac{1}{2}$ ABCD වර්ගඵලය බව පෙන්වන්න.



(5) PQRS සමාන්තරාස්‍රයේ QS විකර්ණය මත X හා Y පිහිටා ඇත්තේ QX = SY වන පරිදි ය.

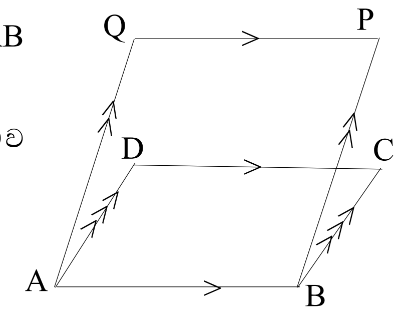


(i) PSY $\Delta \equiv$ QRX Δ බව සාධනය කරන්න.

(ii) $P\hat{Y}X = R\hat{X}Y$ බව සාධනය කරන්න.

(iii) PY හා XR රේඛා යුගලය සමාන හා සමාන්තර බව පෙන්වන්න.

(6) ABCD හා ABPQ සමාන්තරාස්‍ර දෙක AB රේඛාවෙන් එකම පස පිහිටා ඇත.



(i) DCPQ සමාන්තරාස්‍රයක් බව පෙන්වන්න.

(ii) $Q\hat{A}D = C\hat{B}P$ බව පෙන්වන්න.

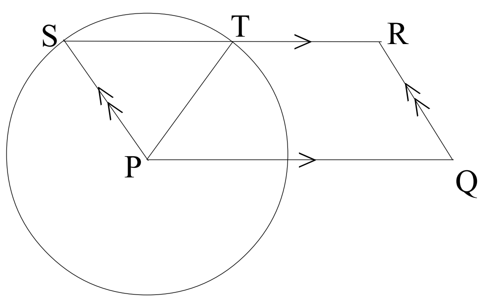
(7) ABCD සමාන්තරාස්‍රයේ AC විකර්ණයට ලම්බව BP හා DQ ඇඳ තිබේ.

(i) ADQ $\Delta \equiv$ BCP Δ බව

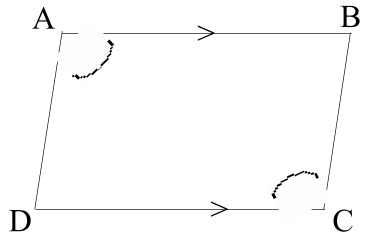
(ii) ABQ $\Delta \equiv$ DCP Δ බව සාධනය කරන්න.

(8) ඕනෑම සමාන්තරාස්‍රයක විකර්ණ යා කිරීමෙන් එම සමාන්තරාස්‍රය වර්ගඵලයෙන් සමාන ත්‍රිකෝණ හතරකට වෙන් වන බව පෙන්වන්න.

(9) PQRS සමාන්තරාස්‍රයේ P කේන්ද්‍රය ද PS අරය ද ඇතිව ඇඳි වෘත්තය SR පාදය T හි දී ඡේදනය කරයි. $P\hat{T}S = P\hat{Q}R$ බව පෙන්වන්න.



(10) ABCD චතුරස්‍රයේ AB // DC වේ. $B\hat{A}D = B\hat{C}D$ වන්නේ නම්



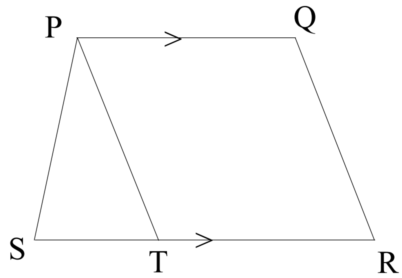
(i) ABCD සමාන්තරාස්‍රයක් වන බව සාධනය කරන්න.

(ii) සම්මුඛ කෝණ යුගලයක් සමාන වන හා සම්මුඛ පාද යුගලයක් සමාන්තර වන ඕනෑම චතුරස්‍රයක් සමාන්තරාස්‍රයක් වේ.

ඉහත ප්‍රකාශයට ඔබ එකඟ වන්නේ ද?

පිළිතුර පැහැදිලි කරන්න.

(11) PQRS ත්‍රපීසියමේ PQ // SR හා $P\hat{S}R = Q\hat{R}S$ වේ. PS = PT වන සේ T ලක්ෂ්‍යය SR මත පිහිටා තිබේ. PQRT සමාන්තරාස්‍රයක් බව සාධනය කරන්න.



3. මධ්‍යලක්ෂ්‍ය ප්‍රමේයය

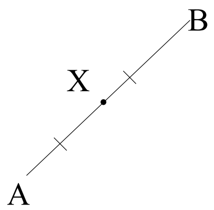
මෙම පාඩම හැදෑරීමෙන් පසු ඔබට

- මධ්‍යලක්ෂ්‍ය ප්‍රමේයය අවබෝධ කරගැනීමට
- මධ්‍යලක්ෂ්‍ය ප්‍රමේයය සාධනය, යෙදීම් හා ඒ ආශ්‍රිත ගැටලු විසඳීමට
- මධ්‍යලක්ෂ්‍ය ප්‍රමේයයේ විලෝමය අවබෝධ කර ගැනීමට
- මධ්‍යලක්ෂ්‍ය ප්‍රමේයයේ විලෝමය සාධනය, යෙදීම් හා ඒ ආශ්‍රිත ගැටලු විසඳීමට
- මධ්‍යලක්ෂ්‍යය ප්‍රමේයය හා විලෝමය විවිධ ගණිත ගැටලු විසඳීම සඳහා යොදා ගැනීමට

හැකියාව ලැබෙනු ඇත.

3.1 සරල රේඛාවක මධ්‍යලක්ෂ්‍යය හා මධ්‍යලක්ෂ්‍ය ප්‍රමේයය

AB සරල රේඛාවේ මධ්‍යලක්ෂ්‍යය X වේ නම් පහත ප්‍රතිඵලයන් අපට ලබාගත හැකි ය.

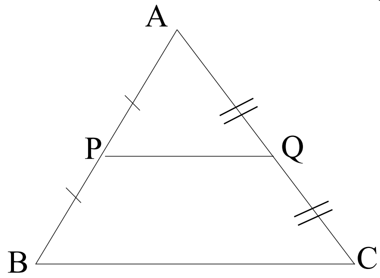


(i) $AX = XB$

(ii) $AX:XB = 1:1 \left(\frac{AX}{XB} = \frac{1}{1}\right)$

(iii) $\frac{AX}{AB} = \frac{XB}{AB} = \frac{1}{2}\left(AX = \frac{1}{2}AB;\ XB = \frac{1}{2}AB\right)$

ත්‍රිකෝණයක පාද දෙකක මධ්‍යලක්ෂ්‍ය දී ඇති පහත අවස්ථාව සැලකිල්ලට ගන්න. AB හා AC පාදවල මධ්‍යලක්ෂ්‍ය P හා Q වේ.



මෙහි දී අපට පහත ප්‍රතිඵල ලිවිය හැකි ය.

(i) $AP = PB$; $AQ = QC$

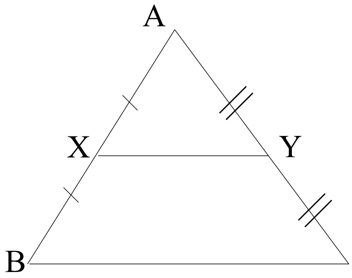
(ii) $PB = \frac{1}{2}AB$; $PA = \frac{1}{2}AB$

(iii) $AQ = \frac{1}{2}AC$; $QC = \frac{1}{2}AC$

ප්‍රමේයය:

ඕනෑ ම ත්‍රිකෝණයක පාද දෙකක මධ්‍යලක්ෂ්‍ය යා කරන රේඛාව, ත්‍රිකෝණයෙහි ඉතිරි පාදයට සමාන්තර වන අතර දිගින් එම පාදයෙන් හරි අඩක් වේ.

ඉහත සඳහන් කරන ලද ප්‍රමේයය පහත ආකාරයට රූපසටහනක් ඇසුරෙන් පැහැදිලි කර ගනිමු.



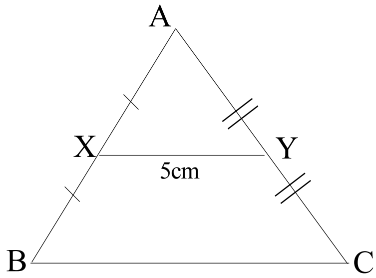
AB හා AC පාදවල මධ්‍යලක්ෂ්‍ය X හා Y වේ.

එවිට ප්‍රමේයයට අනුව

(i) පාද සමාන්තර බව $\rightarrow$ $XY \parallel BC$

(ii) දිගින් අඩක් බව $\rightarrow$ $XY = \frac{1}{2}BC$

නිදසුන 1



AB හා AC පාදවල මධ්‍යලක්ෂ්‍ය පිළිවෙළින් X හා Y වේ. XY = 5cm නම් BC පාදයේ දිග සොයන්න.

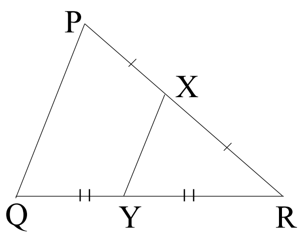
$XY = \frac{1}{2}BC$ (මධ්‍යලක්ෂ්‍ය ප්‍රමේයය)

$\therefore 2XY = BC$

$2\,(5)\text{ cm} = BC$

$\therefore \quad BC = 10\text{cm}$

නිදසුන 2



(i) PQR ත්‍රිකෝණයේ PR හා QR පාදවල මධ්‍ය-ලක්ෂ්‍ය පිළිවෙළින් X හා Y වේ.

PQ + XY = 36cm නම් PQ හා XY පාදවල දිග සොයන්න.

(ii) PQYX චතුරස්‍රය හැඳින්විය හැකි සුවිශේෂී නම කුමක් ද?

(i) $XY = \frac{1}{2}PQ$ (මධ්‍යලක්ෂ්‍ය ප්‍රමේයය)

$XY \parallel PQ$ (මධ්‍යලක්ෂ්‍ය ප්‍රමේයය)

$PQ + XY = 36cm$ බැවින්

$2\,XY + XY = 3cm$ වේ.

$\therefore\ 3XY = 36$

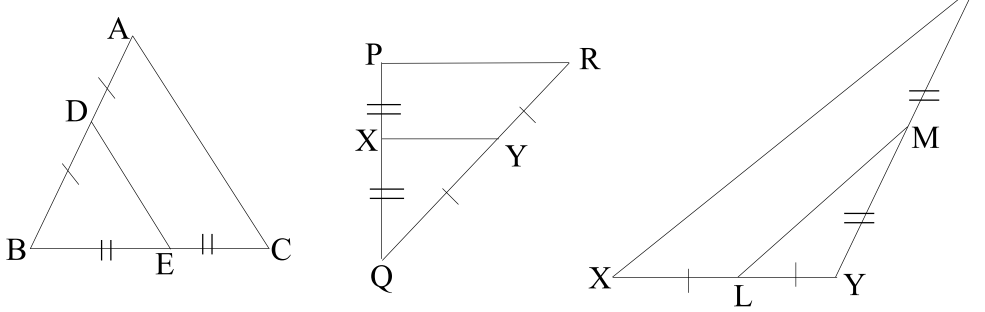
$XY = 12cm$

$PQ = 36 - 12 = 24cm$ (හෝ $2 \times 12 = 24cm$)

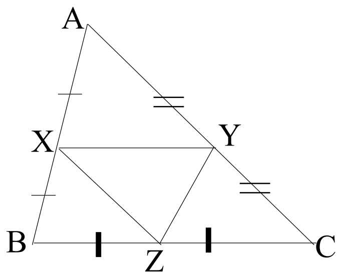
(ii) PQYX චතුරස්‍රයේ $XY \parallel PQ$ බැවින් PQ Y X ත්‍රපීසියමක් වේ.

3.1.1 අභ්‍යාසය

1. පහත දැක්වෙන එක් එක් ත්‍රිකෝණවල ලකුණුකර ඇති තොරතුරු අනුව මධ්‍යලක්ෂ්‍ය ප්‍රමේයයට අදාළ ව ගොඩනැගිය හැකි සම්බන්ධතා ලියන්න.



(i) (ii) (iii)

2. 

ABC ත්‍රිකෝණයේ AB, AC, BC පාදවල මධ්‍යලක්ෂ්‍ය පිළිවෙළින් X, Y, Z වන අතර XY = 3cm, YZ = 6cm, ZX = 5cm වේ නම් ABC ත්‍රිකෝණයේ පරිමිතිය සොයන්න.

3. PQR ත්‍රිකෝණයේ PQ = 10cm, QR = 8cm, RS = 6cm වන අතර එම පාදවල මධ්‍යලක්ෂ්‍ය පිළිවෙළින් X, Y, Z වේ. XYZ ත්‍රිකෝණයේ පරිමිතිය සොයන්න.

4. ABC ත්‍රිකෝණයේ AB, BC පාදවල මධ්‍යලක්ෂ්‍ය පිළිවෙළින් X හා Y වේ. XBY ත්‍රිකෝණයේ පරිමිතිය 15cm වේ නම් ABC ත්‍රිකෝණයේ පරිමිතිය සොයන්න.

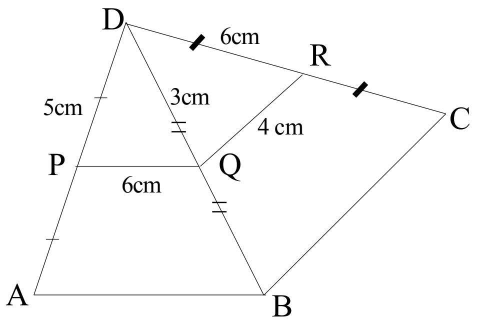
5. O කේන්ද්‍රය වූ වෘත්තයේ අරය 5cm වේ. වෘත්තයේ AB විෂ්කම්භය වන අතර C වෘත්තය මත පිහිටි ලක්ෂ්‍යයකි. AC පාදයේ මධ්‍යලක්ෂ්‍යය X වේ. AC = 8cm වේ.

(i) ඉහත තොරතුරු දළ රූපසටහනක ඇතුළත් කරන්න.

(ii) සමාන්තර රේඛා යුගලයක් නම් කරන්න.

(iii) OXCB චතුරස්‍රය ත්‍රපීසියමක් බව පෙන්වා එහි පරිමිතිය ගණනය කරන්න.

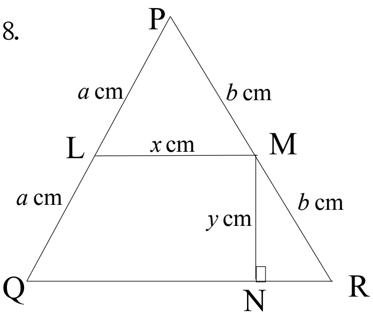
6.



රූපයේ දී ඇති දත්ත අනුව ABCD චතුරස්‍රයේ පරිමිතිය ගණනය කරන්න.

7. ABCD චතුරස්‍රයේ AB, BC, CD හා DA පාදවල මධ්‍යලක්ෂ්‍ය පිළිවෙළින් P, Q, R, S වේ. හේතු දක්වමින් පහත ප්‍රකාශය හා ඔබ එකගවන්නේ දැයි ප්‍රකාශ කරන්න. " PS හා QR රේඛා දිගින් සමාන නොවන අතර ඒවා සමාන්තර වේ".

8.



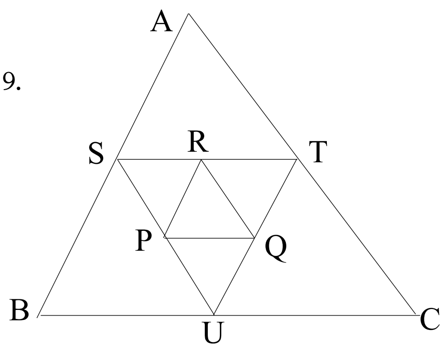
PQR ත්‍රිකෝණයේ PQ හා PR පාදවල මධ්‍යලක්ෂ්‍ය පිළිවෙළින් L හා M වේ. MN, QR ට ලම්බ වේ. *a, b, x, y* ඇසුරෙන්

(i) LQRM චතුරස්‍රයේ පරිමිතිය

(ii) LQRM චතුරස්‍රයේ වර්ගඵලය

සඳහා වීජීය ප්‍රකාශන ලබාගන්න.

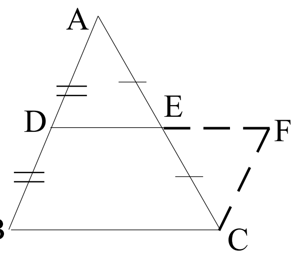
9.



පාදයක දිග 20 cm වූ ABC සමපාද ත්‍රිකෝණයේ පාදවල මධ්‍යලක්ෂ්‍ය වන S, T, U යාකර ලබාගත් SUT ත්‍රිකෝණයේ පාදවල මධ්‍යලක්ෂ්‍ය P,Q,R වේ. ඒවා යා කිරීමෙන් ලැබෙන PQR ත්‍රිකෝණයේ පරිමිතිය ගණනය කරන්න.

මධ්‍යලක්ෂ්‍ය ප්‍රමේයය විධිමත් ව සාධනය කරමු.

දත්තය : ABC ත්‍රිකෝණයේ AB හා AC පාදවල මධ්‍ය ලක්ෂ්‍ය පිළිවෙළින් D සහ E වේ.



සා. ක. යු : (i) DE // BC

(ii) $DE = \frac{1}{2}BC$ බව

නිර්මාණය : දික්කරන ලද DE, F හි දී හමුවන සේ BA ට සමාන්තරව C හරහා රේඛාවක් අඳින්න.

සාධනය : ADE හා ECF ත්‍රිකෝණවල

AE = EC (දත්තය)

$D\hat{A}E = E\hat{C}F$ (ඒකාන්තර කෝණ)

$A\hat{E}D = F\hat{E}C$ (ප්‍රතිමුඛ කෝණ)

$\therefore ADE\Delta \equiv ECF\Delta$ (කෝ.කෝ.පා.) $\therefore DB=FC$

$\therefore AD=CF$ සහ DE = EF

නමුත් AD = DB

DBCF චතුරස්‍රයේ

DB = FC (සාධිතයි)

DB // FC (නිර්මාණය)

$\therefore$ DBCF සමාන්තරාස්‍රයක් වේ

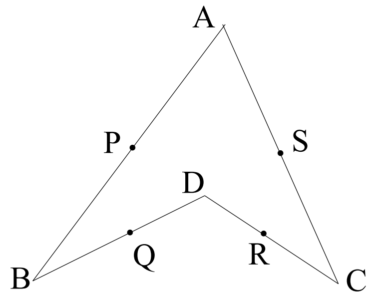
$\therefore$ DF = BC සහ DF // BC වේ.

(i) $\therefore$ DE // BC වේ

(ii) $DE= \frac{1}{2}DF$

$\therefore DE= \frac{1}{2}BC$ වේ

3.1.2 අභ්‍යාසය

1. 

රූපයේ AB, BD, DC හා CA පාදවල මධ්‍ය ලක්ෂ්‍ය පිළිවෙළින් P, Q, R හා S වේ. PQRS සමාන්තරාස්‍රයක් බව සාධනය කරන්න.

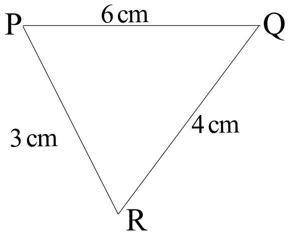
2. PQR ත්‍රිකෝණයේ PR හා RQ පාදවල මධ්‍ය ලක්ෂ්‍ය පිළිවෙළින් L හා M වේ. PQ පාදයෙන් R පිහිටි පැත්තට විරුද්ධ පැත්තේ පිහිටි A ලක්ෂ්‍යයේ සිට AL = LB ද වන පරිදි AL රේඛාව B දක්වා දික්කර ඇත. AM = MC වන පරිදි AM රේඛාව C දක්වා දික්කර තිබේ. PQCB සමාන්තරාස්‍රයක් වන බව සාධනය කරන්න.

3. සෘජුකෝණාස්‍රයක පාදවල මධ්‍යලක්ෂ්‍ය යා කිරීමෙන් සෑදෙන චතුරස්‍රය රොම්බසයක් බව පෙන්වන්න.

4. රොම්බසයක පාදවල මධ්‍යලක්ෂ්‍ය යා කිරීමෙන් සෑදෙන චතුරස්‍රය සෘජුකෝණාස්‍රයක් බව පෙන්වන්න.

5. විකර්ණ සෘජු කෝණීව ඡේදනය වන චතුරස්‍රයක පාදවල මධ්‍යලක්ෂ්‍ය යා කිරීමෙන් සෑදෙන චතුරස්‍රය සෘජුකෝණාස්‍රයක් බව පෙන්වන්න.

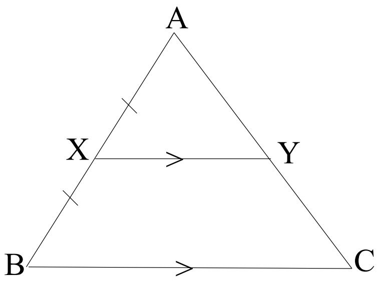
6. සමචතුරස්‍රයක පාදවල මධ්‍යලක්ෂ්‍ය යා කිරීමෙන් සෑදෙන චතුරස්‍රය ද සමචතුරස්‍රයක් බව පෙන්වන්න.

7. 

P, Q, R යනු ABC ත්‍රිකෝණයේ පිළිවෙළින් AB, AC හා BC පාදවල මධ්‍යලක්ෂ්‍යයන් වේ. නිර්මාණ රේඛා පැහැදිලිව දක්වමින් ABC ත්‍රිකෝණය නිර්මාණය කරන්න.

3.2 මධ්‍යලක්ෂ්‍ය ප්‍රමේයයේ විලෝමය

ප්‍රමේයයේ විලෝමය:
ත්‍රිකෝණයක එක් පාදයක මධ්‍ය ලක්ෂ්‍ය හරහා තවත් පාදයකට සමාන්තරව අඳින රේඛාවෙන් ඉතිරි පාදය සමච්ඡේදනය වේ.

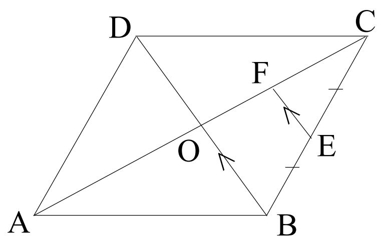


ABC ත්‍රිකෝණයේ AB පාදයේ මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය වන X හරහා BC පාදයට සමාන්තරව අඳිනු ලබන XY රේඛාව මගින් AC පාදය AY = YC (තුන්වන පාදය) වන පරිදි සමච්ඡේදනය වේ යන්න මෙම ප්‍රමේයයෙන් ප්‍රකාශ වේ.

එනම් ABC ත්‍රිකෝණයේ AX = XB හා XY // BC නම් AY = YC වේ.

නිදසුන 3

ABCD සමාන්තරාස්‍රයේ BC පාදයේ මධ්‍ය ලක්ෂ්‍ය වන E හිදී BD විකර්ණයට සමාන්තරව ඇඳි රේඛාවට AC විකර්ණය F හි දී හමු වේ. $FC = \frac{1}{4}AC$ බව සාධනය කරන්න.



දත්තය : ABCD සමාන්තරාස්‍රයේ BE = EC වන අතර EF // BD වේ.

සා.ක.යු : $FC=\frac{1}{4}AC$ බව

සාධනය : AC හා BD විකර්ණ හමුවන ලක්ෂ්‍යය O වේ නම්

$OC=\frac{1}{2}AC$ ——— (1) (විකර්ණ සමච්ඡේදනය වන නිසා)

OBC ත්‍රිකෝණයේ BE = EC හා FE // DB නිසා

CF = FO (මධ්‍ය ලක්ෂ්‍ය ප්‍රමේයයේ විලෝමය)

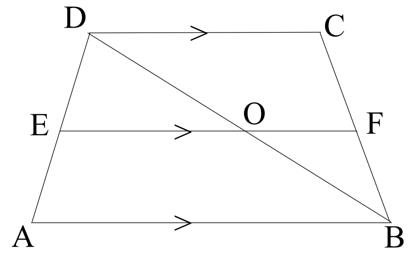
$\therefore FC=\frac{1}{2}OC$ ——— (2)

(1) න් (2) ට $FC = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}AC\right)$

$\therefore FC = \frac{1}{4}AC$

නිදසුන 4

ABCD ත්‍රපීසියමේ E යනු AD පාදයේ මධ්‍යලක්ෂ්‍යය වේ. E හරහා AB ට සමාන්තරව අඳිනු ලබන රේඛාවට BC පාදය F හි දී හමු වේ. F යනු BC පාදයේ මධ්‍යලක්ෂ්‍යය බව සාධනය කරන්න.



දත්තය : ABCD ත්‍රිපීසියමේ AE = ED, EF // AB වේ.

සා.ක.යු. : BF = CF බව

නිර්මාණය : DB විකර්ණය ඇඳ DB හා EF රේඛා හමුවන ලක්ෂ්‍යය O ලෙස ලකුණු කිරීම.

සාධනය : DAB ත්‍රිකෝණයේ,

DE = EA, EO // AB

$\therefore$ DO = OB (මධ්‍ය ලක්ෂ්‍ය ප්‍රමේයයේ විලෝමය)

DCB ත්‍රිකෝණයේ

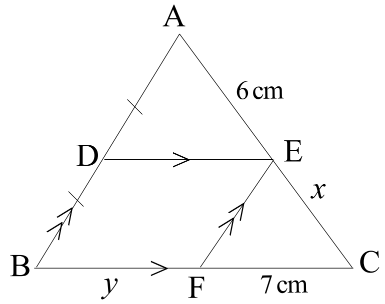
DO = OB, OF // DC

$\therefore$ BF = CF (මධ්‍ය ලක්ෂ්‍ය ප්‍රමේයයේ විලෝමය)

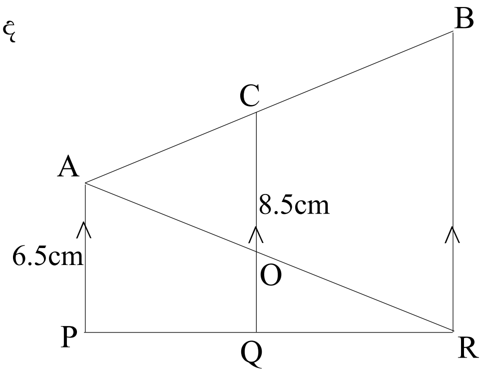
$\therefore$ F යනු BC පාදයේ මධ්‍යලක්ෂ්‍යය වේ.

3.2 අභ්‍යාසය

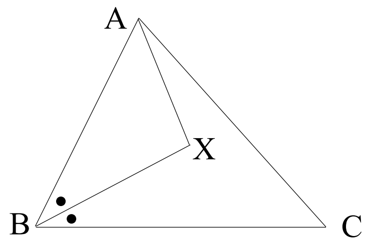
1. D යනු AB පාදයේ මධ්‍යලක්ෂ්‍යය වේ. DE // BC ද EF // AB ද වේ. x හා y හි අගයන් සොයන්න.



2. AC = CB = 8 cm ද AP // CQ // BR ද
AP = 6.5cm, CQ = 8.5cm වේ නම්
BR දිග සොයන්න.



3. ABC ත්‍රිකෝණයේ B කෝණයේ සමච්ඡේදකයට ලම්බ ව AX ඇඳ තිබේ. X හරහා CB ට සමාන්තරව ඇඳි රේඛාවෙන් AC පාදය සමච්ඡේදනය වන බව සාධනය කරන්න.



4. PQR ත්‍රිකෝණයේ QR පාදයේ මධ්‍යලක්ෂ්‍යය S වේ. PS පාදයේ මධ්‍යලක්ෂ්‍යය වන T හරහා QP ට සමාන්තරව ඇඳි රේඛාවට PR පාදය M හි දී හමු වේ. QP = 16cm නම් TM පාදයේ දිග සායන්න.

5. ABCD සමාන්තරාස්‍රයේ AB හා CD පාදවල මධ්‍යලක්ෂ්‍යයන් පිළිවෙළින් E හා F වේ. BD විකර්ණයට EC හා AF පිළිවෙළින් P හා Q හි දී හමු වේ.

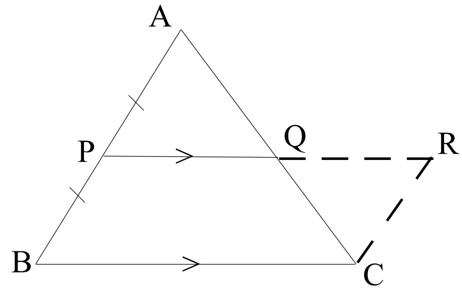
(i) AECF සමාන්තරාස්‍රයක් බව සාධනය කරන්න.

(ii) $BQ = \frac{2}{3}BD$ බව පෙන්වන්න.

මධ්‍යලක්ෂ්‍ය ප්‍රමේයයේ විලෝමය සාධනය කරමු.

දත්තය : ABC ත්‍රිකෝණයේ AP = PB
සහ PQ // BC වේ.

සා.ක.යු. : AQ = QC බව



නිර්මාණය: දික් කළ PQ රේඛාව R හි දී හමුවන සේ BA ට සමාන්තරව CR ඇඳීම.

සාධනය : BCRP චතුරස්‍රයේ

PR // BC (PQ // BC නිසා)

PB // CR (නිර්මාණය)

$\therefore$ BCRP සමාන්තරාස්‍රයක් වි.

$\therefore$ BP = CR

තව ද BP = PA (දත්තය)

$\therefore$ PA = CR වේ.

APQ හා CQR ත්‍රිකෝණවල

$A\hat{P}Q = Q\hat{R}C$ (ඒකාන්තර කෝණ)

$A\hat{Q}P = C\hat{Q}R$ (ප්‍රතිමුඛ කෝණ)

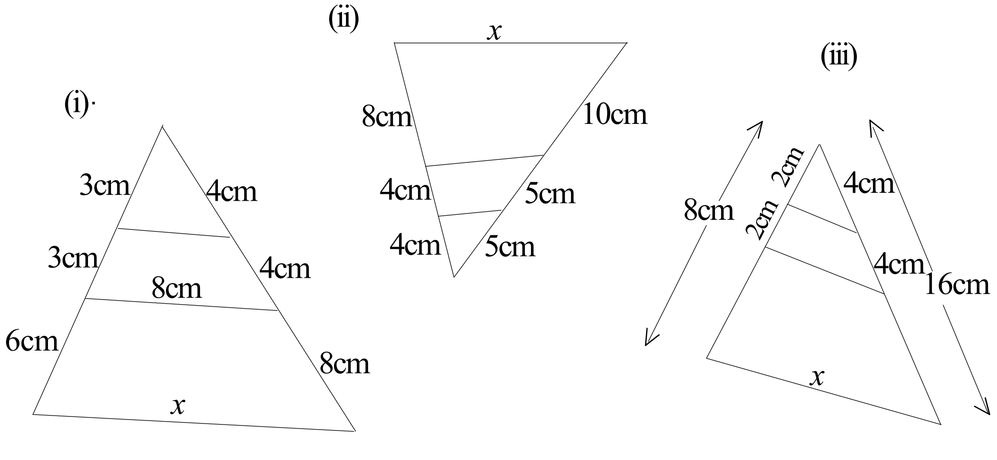
PA = CR (සාධිතයි)

$\therefore APQ\Delta \equiv CQR\Delta$ (කෝ.කෝ.පා)

$\therefore$ AQ = QC

3. මිශ්‍ර අභ්‍යාසය

1. පහත දැක්වෙන එක් එක් ත්‍රිකෝණවල x වලින් දක්වා ඇති පාදයන්හි දිග සොයන්න. සියලු මිනුම් සෙන්ටිමීටර්වලින් දැක් වේ.



2. ABC ත්‍රිකෝණයේ F හා D යනු AB හා BC පාදවල මධ්‍යලක්ෂ්‍යයන් වේ. A ශීර්ෂය හරහා $AM = \frac{1}{2}BC$ වන පරිදි BC ට සමාන්තරව රේඛාවක් නිර්මාණය කරනු ලැබේ. FM හා DM රේඛාවලට පිළිවෙලින් AC රේඛාව K හා E හි දී හමු වේ.

(i) $AE = \frac{1}{2}AC$ බව

(ii) $AK = \frac{1}{4}AC$ බව පෙන්වන්න.

AD හා FC රේඛා O හි දී ඡේදනය වේ නම් $OE=\frac{1}{4}BC$ බව පෙන්වන්න.

3. ABC ත්‍රිකෝණයේ AB, AC, BC පාදවල මධ්‍යලක්ෂ්‍යයන් පිළිවෙලින් P, Q, R වේ. PQRB සමාන්තරාස්‍රයක් බව පෙන්වන්න. ඕනෑම ත්‍රිකෝණයක මධ්‍යලක්ෂ්‍ය යා කිරීමෙන් ඉහත ආකාරයට සමාන්තරාස්‍රයක් ලැබේ දැයි විමසන්න.

4. PQR ත්‍රිකෝණයේ QR පාදය S තෙක් දික්කර ඇත්තේ RP = RS වන පරිදි වේ. $P\hat{R}S$ කෝණයේ සමච්ඡේදකයට T හි දී PS හමු වේ. U යනු PQ හි මධ්‍යලකෂ්‍යය නම් $TU=\frac{1}{2}(PR+RQ)$ බව පෙන්වන්න.

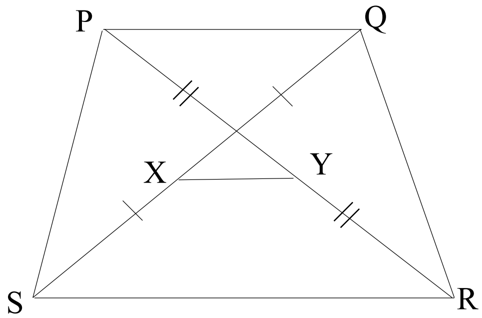
5. ABC ත්‍රිකෝණයේ BC හා AC පාදවල මධ්‍යලක්ෂ්‍යයන් පිළිවෙළින් D හා E වේ. $DE = x + 6$, $AB = 4x - 16$ නම් AB පාදයේ දිග සොයන්න.

6. PQR ත්‍රිකෝණයේ PQ, QR, RP පාදවල මධ්‍යලක්ෂ්‍ය පිළිවෙළින් N, L, M වේ. NL හා QM රේඛා S හි දී ද LM හා NR රේඛා T හි දී ද හමු වේ.

(i) QLMN සමාන්තරාස්‍රයක් බව සාධනය කරන්න.

(ii) $ST = \frac{1}{4}QR$ බව පෙන්වන්න.

7.



PQRS ත්‍රපීසියම් PQ // SR වේ. (PQ < SR) PR හා SQ පාදවල මධ්‍යලකෂ්‍යයන් පිළිවෙළින් Y හා X වේ. $XY=\frac{1}{2}(SR-PQ)$ බව පෙන්වන්න.

8. චතුරස්‍රයක් විකර්ණ දිගින් සමාන නම් චතුරස්‍රයේ පාද හතරේ මධ්‍යලකෂ්‍ය රොම්බසයක ශීර්ෂ බව නේවන්න.

9. PQRS සමාන්තරාස්‍රයකි. PR ට සමාන්තරව Q හරහා දික්කල SR, T හි දී හමුවන සේ රේඛාවක් ඇඳ ඇත. AT සහ QR X හි දී ද, PR සහ SQ Y හි දී ද, ඡේදනය වේ. $XY=\frac{1}{4}ST$ බව පෙන්වන්න.

10. ABCD චතුරස්‍රයේ AD = BC වේ. AB, AC, DC, DB පාදවල මධ්‍යලක්ෂ්‍ය පිළිවෙළින් P, Q, R සහ S වේ. PR ට SQ ලම්බ බව සාධනය කරන්න.

4. වර්ගඵලය ආශ්‍රිත ප්‍රමේයයන්

මෙම පාඩම හැදෑරීමෙන් පසු ඔබට

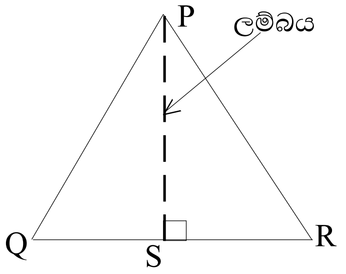
- " එකම ආධාරකය මත, එකම සමාන්තර රේඛා යුගලයක් අතර පිහිටි සමාන්තරාස්‍ර වර්ගඵලයෙන් සමාන වේ " යන ප්‍රමේයය අවබෝධකර ගනිමින් එය භාවිත කර ගැටලු විසඳීමටත්,
- " එකම ආධාරකය මත, එකම සමාන්තර රේඛා යුගලයක් අතර, ත්‍රිකෝණයක් හා සමාන්තරාස්‍රයක් පිහිටා ඇත්නම් ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය, සමාන්තරාස්‍රයේ වර්ගඵලයෙන් හරි අඩක් වේ" යන ප්‍රමේයය අවබෝධ කර ගනිමින් එය භාවිත කර ගැටලු විසඳීමටත්,
- " එකම ආධාරකය ඇතිව එකම සමාන්තර රේඛා යුගලයක් අතරේ පිහිටි ත්‍රිකෝණ වර්ගඵලයෙන් සමාන වේ" යන ප්‍රමේයය හඳුනා ගනිමින් එය භාවිත කර ගැටලු විසඳීමටත්

හැකියාව ලැබෙනු ඇත.

4.1 හැඳින්වීම

සම්මුඛ පාද සමාන්තර වූ චතුරස්‍රය සමාන්තරාස්‍රය ලෙසත්, තල රූපයකින් වට වන පෘෂ්ඨ ප්‍රමාණය වර්ගඵලය ලෙසත් අපි දනිමු.

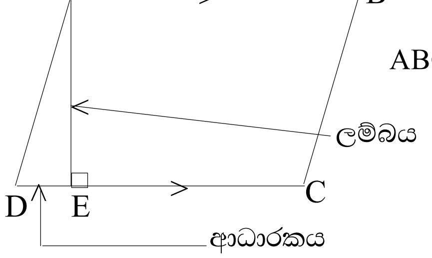
ඉදිරි පාඩමට අවශ්‍ය බැවින් සමාන්තරාස්‍ර හා ත්‍රිකෝණවල වර්ගඵලයන් ලබාගත් ආකාරය නැවත සිහිපත් කරමු.



PQR Δයේ,

$$\text{වර්ගඵලය} = \frac{1}{2} \times \text{ආධාරක පාදයේ දිග} \times \text{ලම්බ උස}$$

$$= \frac{1}{2} \times QR \times PS$$

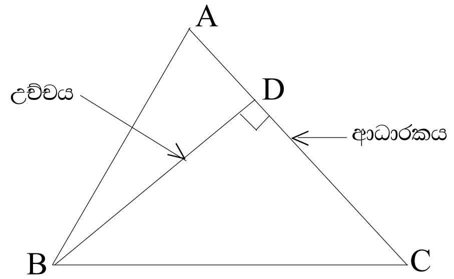


ABCD සමාන්තරාස්‍රයේ,

$$\text{වර්ගඵලය} = \text{ආධාරක පාදයේ දිග} \times \text{ලම්බ උස}$$

$$= DC \times AE$$

ඉහත සඳහන් "ලම්බය" , "උච්චය" ලෙස ද හැඳින් වේ. එම ලම්බය අනුව ත්‍රිකෝණයක හෝ සමාන්තරාස්‍රයක "ආධාරක පාදය" තීරණය වේ.



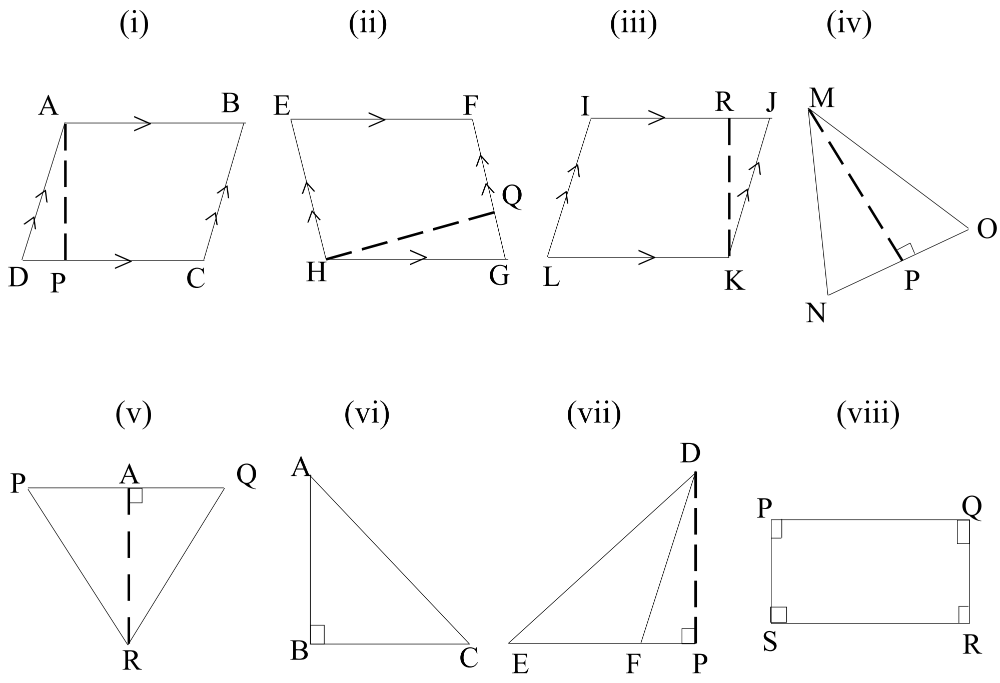
ABC ත්‍රිකෝණයේ උච්චය BD වන අතර ආධාරකය AC වේ.

අංගසම තලරූප එකිනෙකට සමපාත වන බැවින් ඒවායේ වර්ගඵල එකිනෙකට සමාන වන බව ද මතකයට ගනිමු.

ඉහත කරුණු සියල්ල ම තවදුරටත් තහවුරු කර ගැනීමට පහත අභ්‍යාසවල යෙදෙමු.

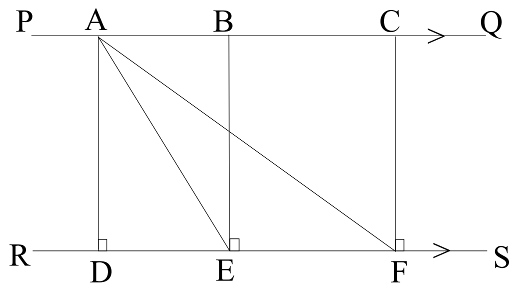
4.1 අභ්‍යාසය

(1) දී ඇති රූපවලට අදාළව පහත වගුව සම්පූර්ණ කරන්න.



රූපය	ආධාරකය	ලම්බ උස	වර්ගඵලය
(i) ABCD සමාන්තරාස්‍රය	DC	AP	DC $\times$ AP
(ii) EFGH සමාන්තරාස්‍රය			
(iii) IJKL සමාන්තරාස්‍රය			
(iv) MNO Δ			
(v) PQR Δ			
(vi) ABC Δ			
(vii) DEF Δ			
(viii) PQRS සෘජුකෝණාස්‍රය			

(2)

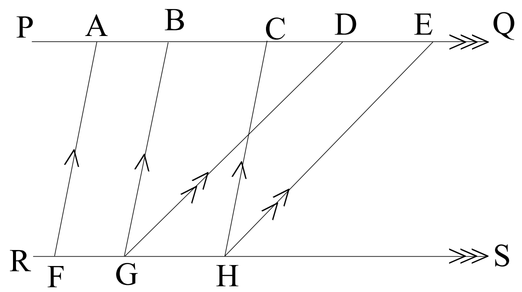


PQ හා RS සමාන්තර සරල රේඛා දෙකකි. රූපයේ දැක්වෙන තොරතුරු මත

(i) ADට සමාන පාද දෙකක් නම් කරන්න.

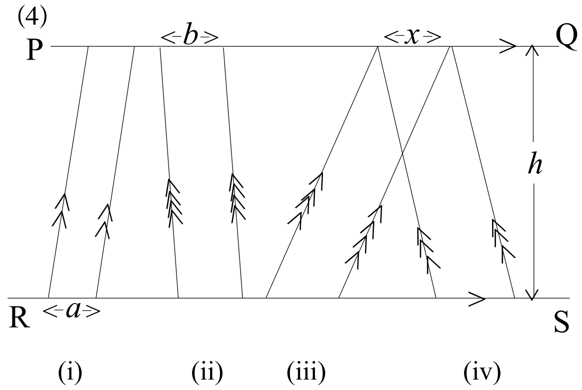
(ii) ඉහත (i) සඳහා පාද නම් කිරීමට හේතුව කුමක් ද?

(3)



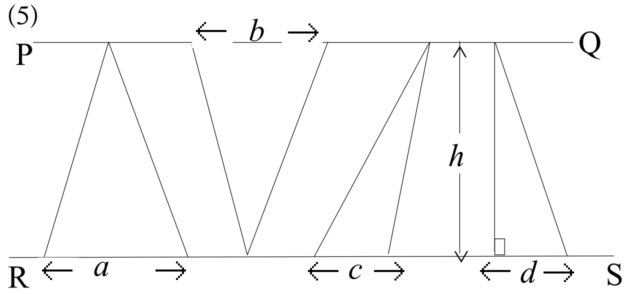
PQ // RS වේ. රූපයේ දී ඇති තොරතුරු අනුව සමාන්තරාස්‍ර හතරක් නම් කරන්න.

(4)



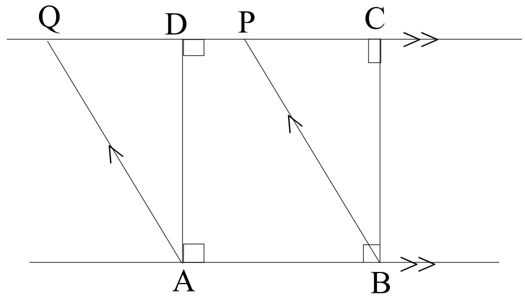
PQ හා RS සමාන්තර සරල රේඛා දෙකෙන් එකක් මත ආධාරකය පිහිටි සමාන්තරාස්‍ර හතරක් රූපයේ දැක් වේ. ඒවායේ ආධාරක පාද a, b හා x වන අතර, සමාන්තර රේඛා දෙක අතර කෙටි ම දුර h මගින් දැක් වේ. එම සංකේත ඇසුරෙන් එක් එක් සමාන්තරාස්‍රවල වර්ගඵල ලියන්න.

(5)



PQ හා RS සමාන්තර සරල රේඛා දෙකෙන් එකක් මත ආධාරකයත්, අනෙක මත ශීර්ෂයක් පිහිටි ත්‍රිකෝණ හතරක් රූපයේ දැක් වි. ඒවායේ වර්ගඵල දී ඇති සංකේත ඇසුරෙන් දක්වන්න.

(6)



ABCD ඍජුකෝණාස්‍රය හා ABPQ සමාන්තරාස්‍රය එකම සමාන්තර සරල රේඛා යුගලයක් අතරේ පිහිටා ඇත. AB = 8cm, BC= 6cm නම්

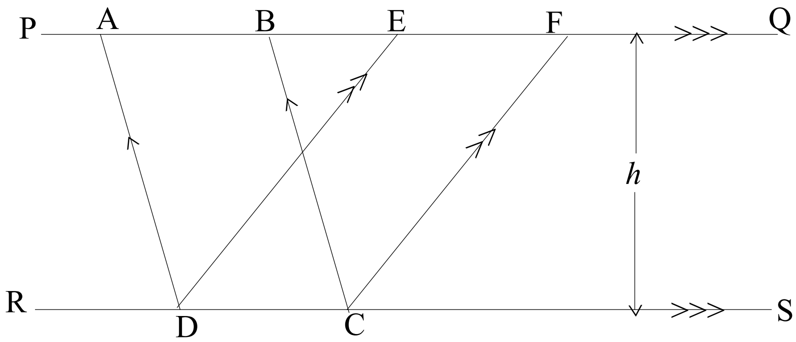
(i) ABCD ඍජුකෝණාස්‍රයේ වර්ගඵලය සොයන්න.

(ii) ABPQ සමාන්තරාස්‍රයේ වර්ගඵලය සොයන්න.

4.2 සමාන්තර සරල රේඛා යුගලයක් අතර හා එක ආධාරකයක් මත පිහිටි සමාන්තරාස්‍ර

ප්‍රමේයය :

එක ම ආධාරකය මත එකම සමාන්තර රේඛා යුගලයක් අතරේ පිහිටන සමාන්තරාස්‍ර වර්ගඵලයෙන් සමාන වේ.



ABCD හා CDEF යනු ආධාරකය CD මත ද PQ හා RS සමාන්තර රේඛා දෙක අතර ද පිහිටි සමාන්තරාස්‍ර දෙකකි.

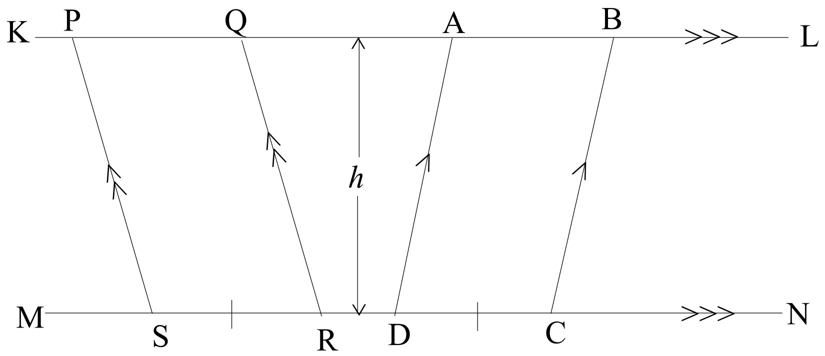
එම සමාන්තරාස්‍ර එකම සමාන්තර සරල රේඛා දෙකක් අතර පිහිටා ඇති බැවින් ඒවායේ ලම්බ උස (h) එකිනෙකට සමාන වේ. DC නම් වූ පොදු ආධාරකයක් ද මෙම සමාන්තරාස්‍ර දෙකට අයත් වේ.

එවිට , ABCD සමාන්තරාස්‍රයේ වර්ගඵලය $= DC \times h$

CDfE සමාන්තරාස්‍රයේ වර්ගඵලය $= DC \times h$

$\therefore$ ABCD සමාන්තරාස්‍රයේ වර්ගඵලය = CDEF සමාන්තරාස්‍රයේ වර්ගඵලය

මේ අනුව ඉහත ප්‍රමේයය සත්‍ය වේ.



SR හා DC සම ආධාරක ඇතිව, KL හා MN සමාන්තර සරල රේඛා අතරේ, PQRS හා ABCD සමාන්තරාස්‍ර පිහිටා ඇත.

KL හා MN සමාන්තර සරල රේඛා අතර ලම්බ උස h වේ. සම ආධාරක නිසා SR = DC වේ.

PQRS සමාන්තරාස්‍රයේ වර්ගඵලය $= SR \times h$

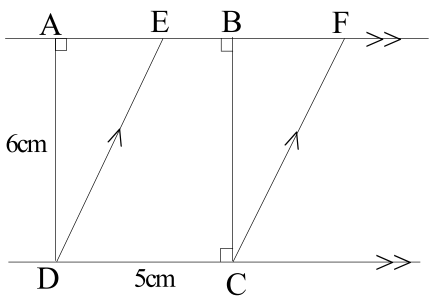
ABCD සමාන්තරාස්‍රයේ වර්ගඵලය $= DC \times h$

SR= DC නිසා

PQRS සමාන්තරාස්‍රයේ වර්ගඵලය = ABCD සමාන්තරාස්‍රයේ වර්ගඵලය

එක ම ආධාරකය වෙනුවට සම ආධාරක පවතී නම් ද එක ම සමාන්තර සරල රේඛා යුගලය අතරේ පිහිටන සමාන්තරාස්‍ර වර්ගඵලයෙන් සමාන වේ.

නිදසුන 1



ABCD හා CDEF යනු එක ම ආධාරකයක් මත එකම සමාන්තර සරල රේඛා දෙකක් අතර පිහිටි සෘජුකෝණාස්‍රයක් හා සමාන්තරාස්‍රයක් ය.

(i) ABCD සෘජුකෝණාස්‍රයේ වර්ගඵලය සොයන්න.

(ii) CDEF සමාන්තරාස්‍රයේ වර්ගඵලය සොයන්න.

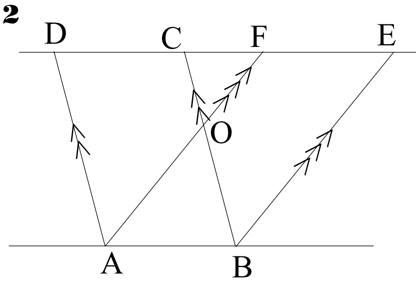
(iii) ඉහත රූපවල වර්ගඵලයන් අතර සම්බන්ධය දැක්වෙන ප්‍රමේයය ලියන්න.

(i) ABCD සෘජුකෝණාස්‍රයේ වර්ගඵලය $= 5\text{cm} \times 6\text{ cm} = 30\text{ cm}^2$

(ii) CDEF සමාන්තරාස්‍රයේ වර්ගඵලය $= 5\text{cm} \times 6\text{ cm} = 30\text{ cm}^2$

(iii) එකම ආධාරකය මත, එකම සමාන්තර සරල රේඛා යුගලයක් අතරේ පිහිටන සමාන්තරාස්‍ර වර්ගඵලයෙන් සමාන වේ.

නිදසුන 2



රූපයේ දැක්වෙන තොරතුරු අනුව

(i) ADCO ත්‍රපීසියමේ වර්ගඵලය, BEFO ත්‍රපීසියමේ වර්ගඵලයට සමාන බව

(ii) $DAF\Delta = BEC\Delta$ බව

පෙන්වන්න.

($DAF\Delta = BEC\Delta$ යන්නෙන් දැක්වෙන්නේ DAF ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය = BEC ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය බවයි.)

(i) AB එකම ආධාරකය මත හා DE සහ AB සමාන්තර සරල රේඛා යුගලය අතරේ පිහිටි නිසා,

ABCD සමාන්තරාස්‍රයේ වර්ගඵලය = ABEF සමාන්තරාස්‍රයේ වර්ගඵලය

සමීකරණයේ දෙපසින් ම $AOB\Delta$ වර්ගඵලය අඩු කළ විට

ABCD සමාන්තරාස්‍රයේ වර්ගඵලය - $AOB\Delta$ =ABEF සමාන්තරාස්‍රයේ වර්ගඵලය - $AOB\Delta$

ADCO ත්‍රපීසියමේ වර්ගඵලය = BEFO ත්‍රපීසියමේ වර්ගඵලය

(ii) ADCO ත්‍රපීසියමේ වර්ගඵලය = BEFO ත්‍රපීසියමේ වර්ගඵලය (සාධිතයි)

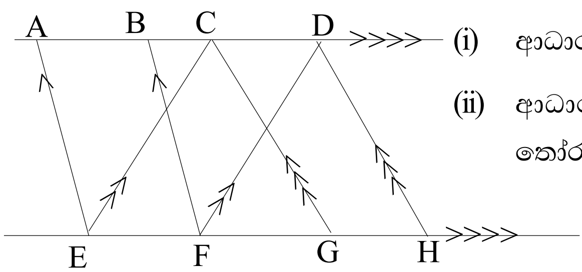
දෙපසට ම $COF\Delta$ එකතු කළ විට

ADCO වර්ගඵලය + $COF\Delta$ = BEFO වර්ගඵලය + $COF\Delta$

$DAF\Delta = BEC\Delta$

4.2 අභ්‍යාසය

(1)

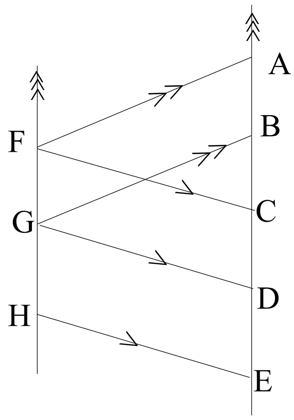


රූපයේ දැක්වෙන සමාන්තරාස්‍ර අතුරින්

(i) ආධාරකය EF වූ

(ii) ආධාරකය CD වූ සමාන්තරාස්‍ර යුගල් තෝරා ලියන්න.

(2)



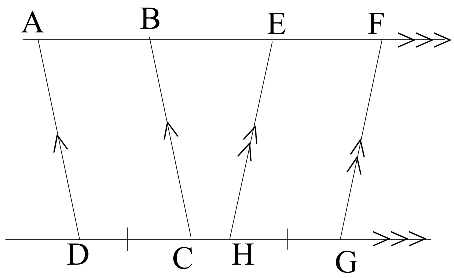
රූපයේ දැක්වෙන තොරතුරු මත

(i) සමාන්තරාස්‍ර හතරක් නම් කරන්න.

(ii) එක ම ආධාරකයක් මත හා එක ම සමාන්තර සරල රේඛා යුගලයක් අතර පිහිටි සමාන්තරාස්‍ර දෙකක් නම් කරන්න.

(iii) වර්ගඵලයෙන් සමාන සමාන්තරාස්‍ර දෙකක් නම් කරන්න.

(3)

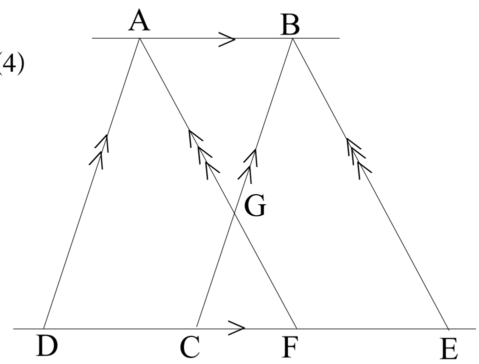


රූපයේ DC = HG හා ABCD සමාන්තරාස්‍රයේ වර්ගඵලය $36cm^2$ වේ.

(i) EFGH සමාන්තරාස්‍රයේ වර්ගඵලය කීය ද?

(ii) ඔබේ පිළිතුරට හේතුව කුමක් ද?

(4)

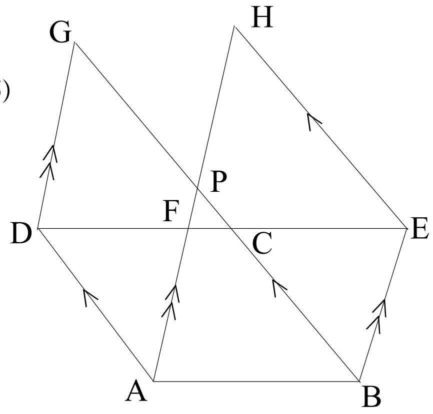


G යනු ABCD සමාන්තරාස්‍රයේ BC මත පිහිටි ඕනෑම ලක්ෂ්‍යයකි. දික් කළ DC පාදය F හි දී හමුවන සේ, AG දික්කර ඇත. B හරහා AF ට සමාන්තරව ඇඳි රේඛාවට, දික් කළ DF පාදය E හි දී හමු වේ.

(i) ABEF සමාන්තරාස්‍රයක් බව පෙන්වන්න.

(ii) ABCD හා ABEF සමාන්තරාස්‍ර, වර්ගඵලයෙන් සමාන බව පෙන්වන්න.

(iii) AGCD හා BEFG චතුරස්‍ර, වර්ගඵලයෙන් සමාන බව පෙන්වන්න.

(5) 

ABCD හා ABEF යනු සමාන්තරාස්‍ර දෙකකි. AF ට සමාන්තරව D හරහා ඇඳි රේඛාව දික් කළ BC රේඛාවට G හි දී ද, BC ට සමාන්තරව E හරහා ඇඳි රේඛාවට දික් කළ AF රේඛාව H හි දී ද හමු වේ. AH හා BG සරල රේඛා P හි දී කැපේ.

රූපයේ දැක්වෙන තොරතුරු අනුව,

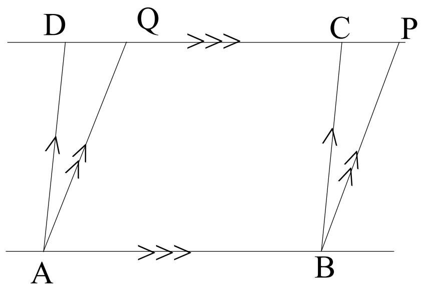
(i) ABCD සමාන්තරාස්‍රයට වර්ගඵලයෙන් සමාන සමාන්තරාස්‍ර තුනක් නම් කරන්න.

(ii) GDAP හා BEHP සමාන්තරාස්‍ර වර්ගඵලයෙන් සමාන බව පෙන්වන්න.

(iii) $DAF\Delta \equiv BCE\Delta$ බව පෙන්වන්න.

(iv) PGDF ත්‍රපීසියම හා PCEH ත්‍රපීසියම වර්ගඵලයෙන් සමාන බව පෙන්වන්න.

ප්‍රමේයය විධිමත් ව සාධනය කරමු.



දත්තය : ABCD හා ABPQ යනු AB එක ම ආධාරකය මත හා AB, DP සමාන්තර සරල රේඛා අතර පිහිටි සමාන්තරාස්‍ර දෙකකි.

සා.ක.යු :ABCD හා ABPQ සමාන්තරාස්‍ර වර්ගඵලයෙන් සමාන බව.

සාධනය : ADQ හා BPC ත්‍රිකෝණවල

$A\hat{D}Q = B\hat{C}P$ (AD // BC, අනුරූප කෝණ)

$D\hat{Q}A = B\hat{P}C$ (AQ // BP, අනුරූප කෝණ)

AD = BC (ABCD සමාන්තරාස්‍රයේ සම්මුඛ පාද)

$\therefore ADQ\Delta \equiv BPC\Delta$ (කෝ.කෝ. පා)

$\therefore ADQ\,\Delta = BPC\Delta$

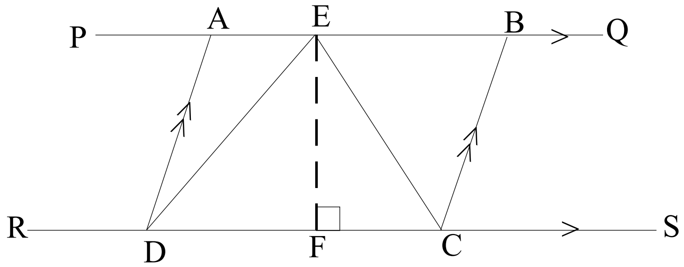
සම්පූර්ණ ABPD චතුරස්‍රයෙන් ඉහත ත්‍රිකෝණ දෙකේ වර්ගඵල වෙන වෙන ම අඩු කළ විට,

ABPQ චතුරස්‍රයේ වර්ගඵලය = ABCD චතුරස්‍රයේ වර්ගඵලය

4.3 එකම ආධාරකය මත හා එකම සමාන්තර සරල රේඛා අතර පිහිටි සමාන්තරාස්‍ර හා ත්‍රිකෝණ

ප්‍රමේයය :

ත්‍රිකෝණයක් ද, සමාන්තරාස්‍රයක් ද එකම ආධාරකය මත හා එකම සමාන්තර රේඛා අතර පිහිටා ඇත්නම්, ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය, සමාන්තරාස්‍රයේ වර්ගඵලයෙන් හරි අඩක් වේ.



ABCD සමාන්තරාස්‍රය හා DEC ත්‍රිකෝණය, DC එකම ආධාරකය මත හා PQ, RS සමාන්තර සරල රේඛා යුගලය අතර පිහිටා ඇත.

DC = 10 cm හා EF = 5 cm වේ.

ABCD සමාන්තරාස්‍රයේ වර්ගඵලය $= DC \times EF$

$= 10\text{ cm} \times 5\text{ cm}$

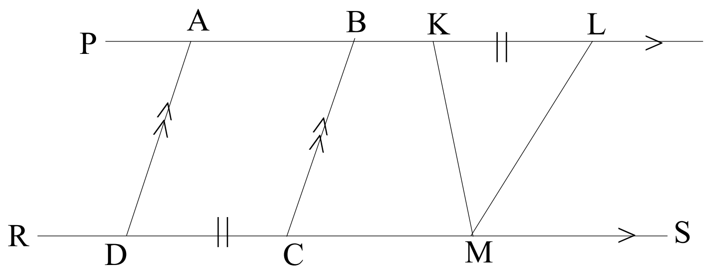
$= 50\text{ cm}^2$

DCE ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය $= \frac{1}{2} \times DC \times EF$

$= \frac{1}{2} \times 10\text{cm} \times 5\text{ cm}$

$= 25\text{ cm}^2$

DCE ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය, ABCD සමාන්තරාස්‍රයේ වර්ගඵලයෙන් හරි අඩකි. එබැවින් ඉහත ප්‍රමේයය සත්‍ය වේ.



ABCD හා KLM යනු එකම සමාන්තර සරල රේඛා යුගලයක් අතර පිහිටි සමාන්තරාස්‍රයක් හා ත්‍රිකෝණයකි. ඒවායේ ආධාරක පාද වන DC හා KL සමාන වේ. එසේම ඒවායේ ලම්බ උස ද සමාන වේ. ලම්බ උස h ලෙස ගත් විට,

ABCD සමාන්තරාස්‍රයේ වර්ගඵලය $= DC \times h$

KLM ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය $= \frac{1}{2} \times KL \times h$

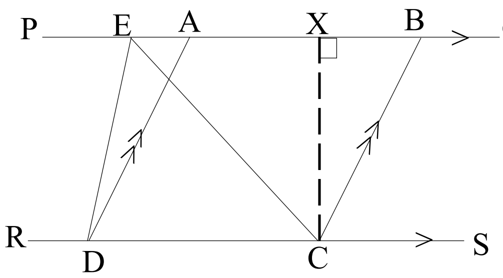
නමුත් DC = KL නිසා,

ABCD සමාන්තරාස්‍රයේ වර්ගඵලයෙන් අඩක් KLM ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය වේ.

එබැවින්,

සම ආධාරක ඇතිව වුව ද එකම සමාන්තර රේඛා යුගලයක් අතර පිහිටන ත්‍රිකෝණයක වර්ගඵලය, සමාන්තරාස්‍රයක වර්ගඵලයෙන් හරි අඩක් වේ.

නිදසුන 1



රූපයේ දැක්වෙන DC = 8cm හා CX = 5cm වේ.

(i) ABCD සමාන්තරාස්‍රයේ වර්ගඵලය

(ii) ඉහත (i)හි ප්‍රතිඵලය ඇසුරෙන් DCE ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය සොයන්න.

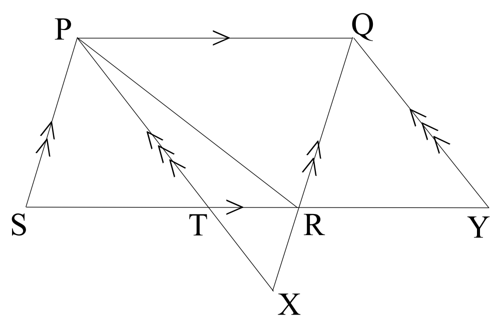
(i) ABCD සමාන්තරාස්‍රයේ වර්ගඵලය $= 8cm \times 5cm$

$= 40cm^2$

(ii) DCE ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය $= \frac{40\ cm^2}{2}$ (එකම ආධාරකය මත හා එකම සමාන්තර සරල රේඛා අතර පිහිටීම නිසා)

$= 20cm^2$

නිදසුන 2



T යනු PQRS සමාන්තරාස්‍රයේ SR පාදය මත පිහිටි ඕනෑම ලක්ෂ්‍යයකි. PT ට සමාන්තරව Q හරහා ඇඳි රේඛාවට දික් කළ SR පාදය Y හි දී හමු වේ. දික් කළ PT සහ දික් කළ QR පාද X හි දී හමු වේ.

(i) PTYQ සමාන්තරාස්‍රයක් බව

(ii) PQRS හා PTYQ සමාන්තරාස්‍ර වර්ගඵලයෙන් සමාන බව.

(iii) $PSR\Delta = QXY\Delta$ බව

පෙන්වන්න.

(i) PTYQ චතුරස්‍රයේ,

PQ // TY (දත්තය)

PT // QY (දත්තය)

$\therefore$ PTYQ සමාන්තරාස්‍රයකි. (සම්මුඛ පාද සමාන්තර නිසා)

(ii) PQRS හා PTYQ සමාන්තරාස්‍ර PQ එකම ආධාරකය මත හා PQ, SY එකම සමාන්තර රේඛා යුගලය අතර පිහිටා ඇති නිසා

PQRS සමාන්තරාස්‍රයේ වර්ගඵලය = PTYQ සමාන්තරාස්‍රයේ වර්ගඵලය

(iii) PSR ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය = $\frac{1}{2}$ PQRS සමාන්තරාස්‍රයේ වර්ගඵලය (ප්‍රමේයය)

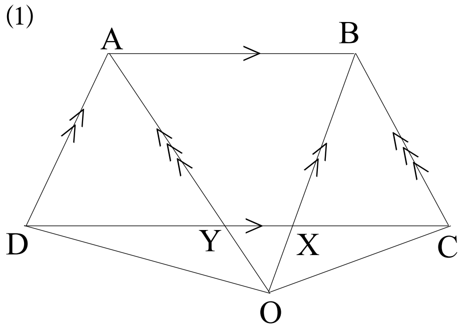
QXY ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය = $\frac{1}{2}$ PTYQ සමාන්තරාස්‍රයේ වර්ගඵලය (ප්‍රමේයය)

නමුත් PQRS සමාන්තරාස්‍රයේ වර්ගඵලය= PTYQ සමාන්තරාස්‍රයේ වර්ගඵලය (සාධිතයි)

$\therefore\ PSR\Delta = QXY\Delta$

4.3 අභ්‍යාසය

(1)



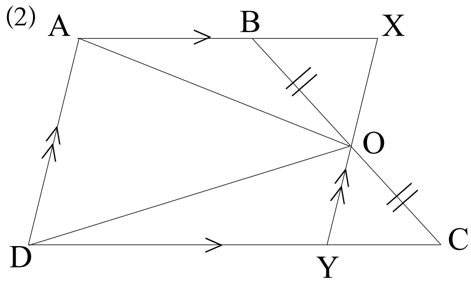
ABCD ත්‍රපීසියමේ $DC > AB$ සහ $DC // AB$ වේ. AD ට සමාන්තරව B සිට ඇඳි රේඛාවත්, BC ට සමාන්තරව A සිට ඇඳි රේඛාවත් DC පාදය පිළිවෙළින් X හා Y හි දී කැපී යමින් O හි දී හමු වේ.

(i) ABCY සමාන්තරාස්‍රයක් බව

(ii) $AOD\ \Delta = BCO\ \Delta$ බව

පෙන්වන්න.

(2)



ABCD ත්‍රපීසියමේ $DC > AB$ හා $AB // DC$ වේ. BC පාදයේ මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය O වේ. දික් කළ AB පාදය X හි දී ද, DC පාදය Y හි දී ද හමුවන සේ O හරහා XOY රේඛාව AD ට සමාන්තරව ඇඳ තිබේ.

(i) AXYD සමාන්තරාස්‍රයක් බව

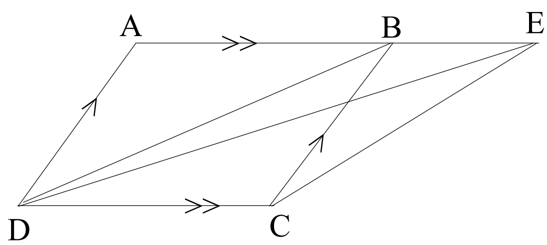
(ii) $BOX\ \Delta = COY\ \Delta$

(iii) ABCD ත්‍රපීසියමේ වර්ගඵලය = AXYD සමාන්තරාස්‍රයේ වර්ගඵලය බව

(iv) ABCD ත්‍රපීසියමේ වර්ගඵලය = $2\ AOD\ \Delta$ බව

පෙන්වන්න. (ඉඟිය ඃ අංගසම ත්‍රිකෝණ වර්ගඵලයෙන් සමාන වේ)

(3)



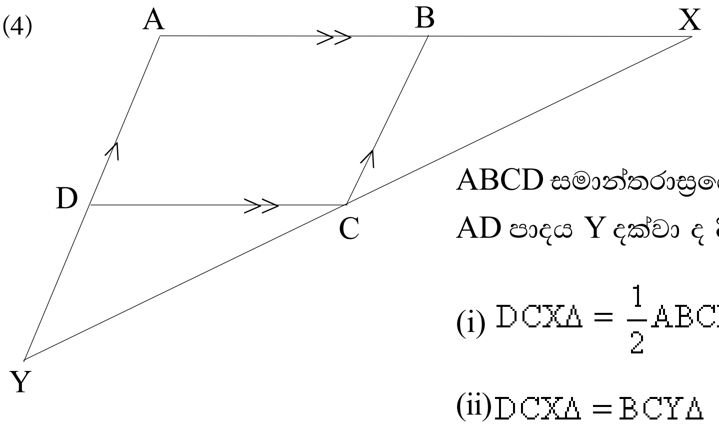
ABCD සමාන්තරාස්‍රයේ AB පාදය E දක්වා දික්කර තිබේ.

(i) $CDE\ \Delta = ABC\ \Delta$ බව.

(ii) $ADE\ \Delta$ = BECD චතුරස්‍රයේ වර්ගඵලය බව

පෙන්වන්න.

(4)



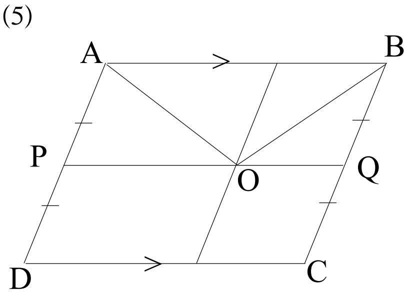
ABCD සමාන්තරාස්‍රයේ AB පාදය X දක්වා ද, AD පාදය Y දක්වා ද දික්කර තිබේ.

(i) $DCX\Delta = \frac{1}{2} ABCD$ වර්ගඵලය බව

(ii) $DCX\Delta = BCY\Delta$ බව

පෙන්වන්න.

(5)



ABCD සමාන්තරාස්‍රයේ AD සහ BC පාදවල මධ්‍ය ලක්ෂ්‍ය පිළිවෙළින් P හා Q වේ. O ලක්ෂ්‍යය PQ රේඛාව මත පිහිටා ඇත.

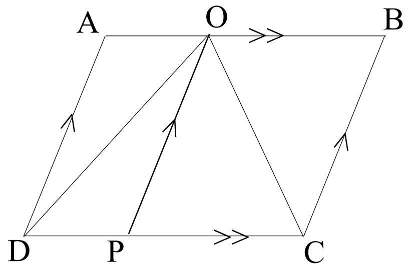
(i) ABQP සමාන්තරාස්‍රයක් බව

(ii) ABQP සමාන්තරාස්‍රයේ වර්ගඵලය, ABCD සමාන්තරාස්‍රයේ වර්ගඵලයෙන් අඩක් බව

(iii) $AOB\Delta = \frac{1}{4} ABCD$ සමාන්තරාස්‍රයේ වර්ඵලය බව

පෙන්වන්න.

එකම ආධාරකය මත හා එකම සමාන්තර රේඛා යුගලයක් අතරේ පිහිටි ත්‍රිකෝණ හා සමාන්තරාස්‍රවල වර්ගඵල පිළිබඳ ප්‍රමේයය විධිමත් ව සාධනය කරමු.



දත්තය : ABCD සමාන්තරාස්‍රයකි. O යනු AB මත පිහිටි ඕනෑම ලක්ෂ්‍යයකි.

සා.ක.යු : DOC ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය ABCD සමාන්තරාස්‍රයේ වර්ගඵලයෙන් අඩක් බව.

නිර්මාණය: AD ට සමාන්තර වන සේත්, DC පාදය P හි දී හමුවන සේත් OP ඇඳීම.

සාධනය :

AO // DP (සමාන්තරාස්‍රයේ සම්මුඛ පාද)

AD // OP (නිර්මාණයෙන්)

$\therefore$ AODP සමාන්තරාස්‍රයකි.

$\frac{1}{2}$ AODP සමාන්තරාස්‍රයේ වර්ගඵලය = DOPΔ වර්ගඵලය (සමාන්තරාස්‍රයක විකර්ණයෙන් වර්ගඵලය සමානව බෙදේ)

එසේම OBCP ද සමාන්තරාස්‍රයකි.

$\therefore$ $\frac{1}{2}$ OBCP සමාන්තරාස්‍රයේ වර්ගඵලය = POCΔ වර්ගඵලය (සමාන්තරාස්‍රයක විකර්ණයෙන් වර්ගඵලය සමානව බෙදේ)

$\frac{1}{2}$ AODP සමාන්තරාස්‍රයේ වර්ගඵලය +

$\frac{1}{2}$ OBCP සමාන්තරාස්‍රයේ වර්ගඵලය = DOPΔ + POCΔ

$\frac{1}{2}$ (AODP සමාන්තරාස්‍රයේ වර්ගඵලය + OBCP සමාන්තරාස්‍රයේ වර්ගඵලය)

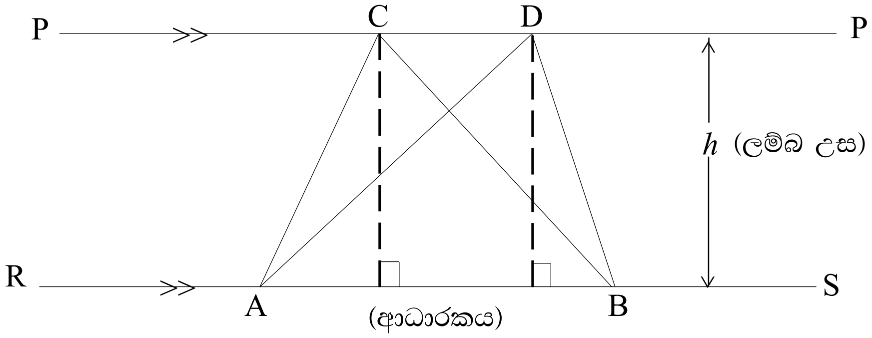
= DOCΔ වර්ගඵලය

$\frac{1}{2}$ ABCD සමාන්තරාස්‍රයේ වර්ගඵලය = DOCΔ වර්ගඵලය

4.4 එකම ආධාරකය මත හා එකම සමාන්තර රේඛා යුගලයක් අතර පිහිටි ත්‍රිකෝණ

ප්‍රමේයය :

එකම ආධාරකය මත, එකම සමාන්තර රේඛා යුගලයක් අතර පිහිටන ත්‍රිකෝණ වර්ගඵලයෙන් සමාන වේ.



PQ හා RS සමාන්තර සරල රේඛා අතර පිහිටි ABC හා ADB ත්‍රිකෝණවල එකම ආධාරකය වන AB පාදය RS රේඛාව මත ද, ශීර්ෂ PQ රේඛාව මත ද පිහිටා ඇත.

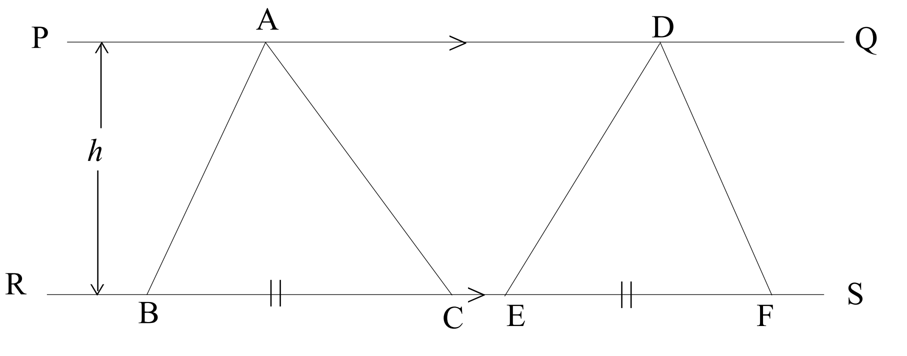
එකම සමාන්තර සරල රේඛා යුගලය අතරේ පිහිටා ඇති නිසා ත්‍රිකෝණ දෙකේ ම ලම්බ උස h සමාන වේ.

$$ABC\Delta \text{ වර්ගඵලය } = \frac{1}{2} \times AB \times h$$

$$ABD\Delta \text{ වර්ගඵලය } = \frac{1}{2} \times AB \times h$$

$\therefore$ $ABC\Delta$ වර්ගඵලය $=$ $ABD\Delta$ වර්ගඵලය

$\therefore$ ඉහත සඳහන් කළ ප්‍රමේයය සත්‍ය වේ.



සම ආධාරක මත එකම සමාන්තර සරල රේඛා යුගලයක් අතරේ පිහිටි ත්‍රිකෝණ දෙකක් රූපයේ දැක් වේ.

සම ආධාරක නිසා BC = EF ද

එකම සමාන්තර සරල රේඛා යුගලය අතරේ නිසා ලම්බ උස h සමාන වේ.

$$ABC\Delta \text{ වර්ගඵලය } = \frac{1}{2} \times BC \times h$$

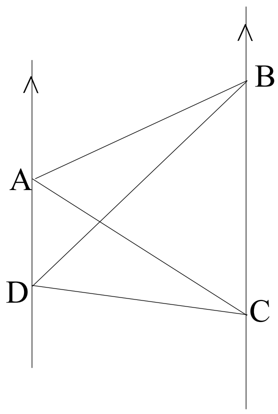
$$DEF\Delta \text{ වර්ගඵලය } = \frac{1}{2} \times EF \times h$$

$BC = EF$ නිසා $ABC\Delta$ වර්ගඵලය $=$ $DEF\Delta$ වර්ගඵලය

$\therefore$ ඉහත ප්‍රමේයය සම ආධාරක අවස්ථාව සඳහා ද ගැලපේ.

ඉහත ප්‍රමේයය යටතේ අභ්‍යාස කිරීමට පෙර පහත නිදසුන් අධ්‍යයනය කරන්න.

නිදසුන 1



ABC හා BCD ත්‍රිකෝණ, AD හා BC සමාන්තර සරල රේඛා යුගලය අතරේ පිහිටා ඇත. $ABC\Delta = 20\text{cm}^2$ නම්

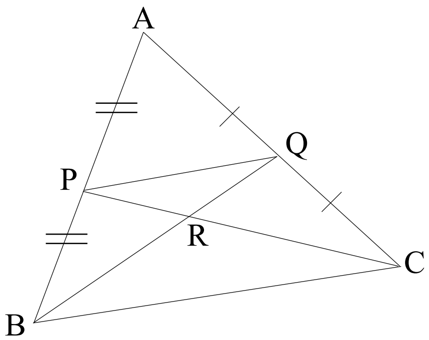
(i) $BDC\Delta$ වර්ගඵලය කීය ද?

(ii) ඉහත පිළිතුරට හේතුව කුමක් ද?

(i) $BDC\Delta$ වර්ගඵලය $= 20\text{cm}^2$

(ii) එකම ආධාරකය මත එකම සරල රේඛා යුගලයක් අතරේ ABC හා BCD ත්‍රිකෝණ පිහිටා ඇති නිසා.

නිදසුන 2



ABC ත්‍රිකෝණයේ AB හා AC පාදවල මධ්‍ය ලක්ෂ්‍ය පිළිවෙළින් P හා Q වේ. PC හා QB රේඛා R හි දී එකිනෙක ඡේදනය වේ.

(i) $PQB\Delta$ වර්ගඵලය $= PQC\Delta$ වර්ගඵලය බව

(ii) $PRB\Delta$ වර්ගඵලය $= QRC\Delta$ වර්ගඵලය බව

(iii) $AQB\Delta$ වර්ගඵලය $= APC\Delta$ වර්ගඵලය බව

පෙන්වන්න.

(i) BC // PQ (මධ්‍ය ලක්ෂ්‍ය ප්‍රමේයයට අනුව)

$\therefore$ PQBΔ වර්ගඵලය = PQCΔ වර්ගඵලය (PQ හා BC සමාන්තර සරල රේඛා දෙක අතර හා PQ එකම ආධාරකය සහිත ත්‍රිකෝණ)

(ii) PQBΔ වර්ගඵලය = PQCΔ වර්ගඵලය (සාධිතයි)

PQRΔ වර්ගඵලය, සමීකරණයේ දෙපසින් ම අඩු කළ විට,

PQBΔ වර්ගඵලය - PQRΔ වර්ගඵලය = PQCΔ වර්ගඵලය - PQRΔ වර්ගඵලය

PRBΔ වර්ගඵලය = QRCΔ වර්ගඵලය

(iii) PQBΔ වර්ගඵලය = PQCΔ වර්ගඵලය (සාධිතයි)

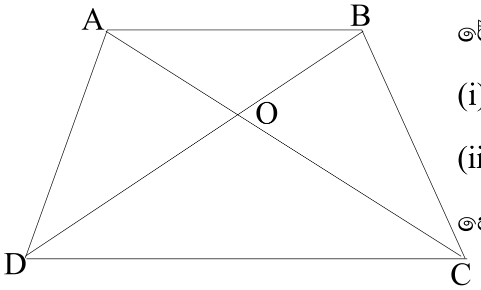
APQΔ වර්ගඵලය, දෙපසට ම එකතු කළ විට

PQBΔ වර්ගඵලය + APQΔ වර්ගඵලය = PQCΔ වර්ගඵලය + APQΔ වර්ගඵලය

AQBΔ වර්ගඵලය = APCΔ වර්ගඵලය

4.4 අභ්‍යාසය

(1)



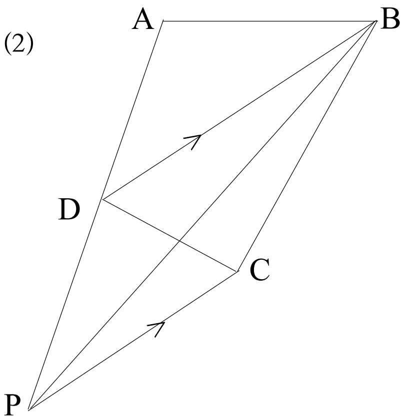
ABCD ත්‍රපීසියමේ AB // DC වේ. AC හා BD රේඛා O හි දී එකිනෙක ඡේදනය වේ.

(i) ABDΔ වර්ගඵලය = ABCΔ වර්ගඵලය බව

(ii) AODΔ වර්ගඵලය = BOCΔ වර්ගඵලය බව

පෙන්වන්න.

(2)



ABCD චතුරස්‍රයේ BD විකර්ණයට සමාන්තරව C හරහා ඇඳි සරල රේඛාවට දික් කළ AD පාදය P හි දී හමු වේ.

(i) DBPΔ වර්ගඵලය = DBCΔ වර්ගඵලය බව

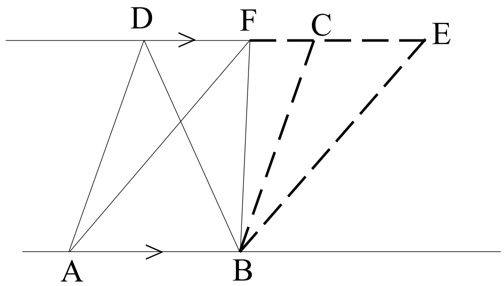
(ii) ABPΔ වර්ගඵලය = ABCD චතුරස්‍රයේ වර්ගඵලය බව

පෙන්වන්න.

(3) ABC ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලයට සමාන වර්ගඵලයක් ඇති BC පොදු ආධාරකයක් වන පරිදි BC ට එකම පැත්තේ පිහිටි ත්‍රිකෝණයන්හි ශීර්ෂයන්ගේ පථය දළ සටහනකින් ඇඳ දක්වන්න.

(4) PQR ත්‍රිකෝණයේ QR = 10cm හා වර්ගඵලය $30cm^2$ වේ. QR ආධාරකය වූ PQR ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලයට සමාන වු QR පාදයෙන් එකම පැත්තේ පිහිටි ත්‍රිකෝණවල ශීර්ෂයන්ගේ පථය දළ සටහනකින් දක්වන්න.

එකම ආධාරකය මත එකම සමාන්තර රේඛා යුගලයක් අතරේ වූ ත්‍රිකෝණ වර්ගඵලයෙන් සමාන වේ ප්‍රමේයය විධිමත් ව සාධනය කරමු.



දත්තය : ABD හා ABF ත්‍රිකෝණ දෙක AB ආධාරකය මත හා AB සහ DF සමාන්තර සරල රේඛා යුගලය අතරේ පිහිටා ඇත.

සා.ක.යු : $ABD\Delta$ වර්ගඵලය $= ABF\Delta$ වර්ගඵලය බව.

නිර්මාණය : ABD හා ABF ත්‍රිකෝණ දෙකට අදාළව BADC හා BAFC සමාන්තරාස්‍ර දෙක සම්පූර්ණ කිරීම.

සාධනය :

$ABD\Delta$ වර්ගඵලය $= \frac{1}{2} BADC$ සමාන්තරාස්‍රයේ වර්ගඵලය (සමාන්තරාස්‍රයක විකර්ණයෙන් එහි වර්ගඵලය සමාන ත්‍රිකෝණ දෙකකට බෙදෙන නිසා)

$ABF\Delta$ වර්ගඵලය$= \frac{1}{2} BAFE$ සමාන්තරාස්‍රයේ වර්ගඵලය (සමාන්තරාස්‍රයක විකර්ණයෙන් එහි වර්ගඵලය සමාන ත්‍රිකෝණ දෙකකට බෙදෙන නිසා)

නමුත්

BADC සමාන්තරාස්‍රයේ වර්ගඵලය = BAFE සමාන්තරාස්‍රයේ වර්ගඵලය

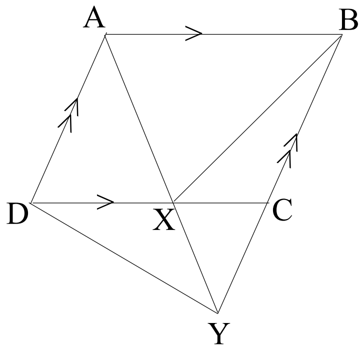
(එකම ආධාරකය මත හා එකම සමාන්තර රේඛා අතර පිහිටි සමාන්තරාස්‍ර)

$\therefore$ $\frac{1}{2}$ BADC සමාන්තරාස්‍රයේ වර්ගඵලය = $\frac{1}{2}$ BAFE සමාන්තරාස්‍රයේ වර්ගඵලය

$\therefore$ ABDΔ වර්ගඵලය = ABFΔ වර්ගඵලය

4. මිශ්‍ර අභ්‍යාසය

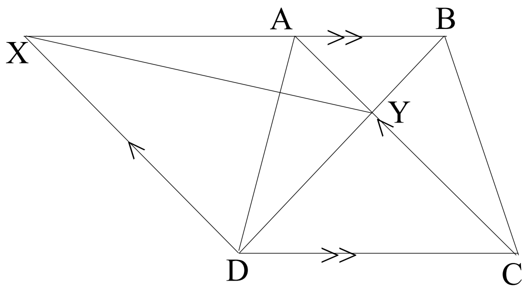
(1)



X යනු ABCD සමාන්තරාස්‍රයේ DC පාදය මත පිහිටි ඕනෑම ලක්ෂ්‍යයකි. AX සහ BC දික් කළ විට Y හි දී හමු වේ.

ADYΔ වර්ගඵලය = ABXΔ වර්ගඵලය බව සාධනය කරන්න.

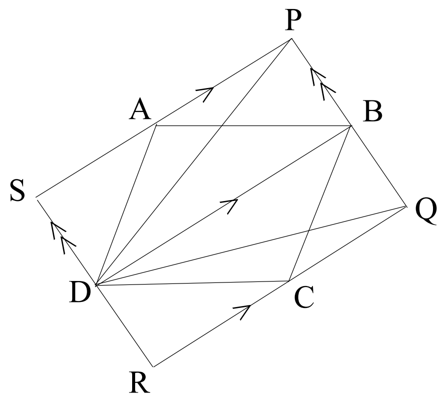
(2)



ABCD ත්‍රපීසියමේ DC > AB හා DC // AB වේ. AC පාදයට සමාන්තරව D හරහා ඇඳි සරල රේඛාව දික් කළ BA පාදයට X හි දී හමු වේ. AC හා BD සරල රේඛා Y හි දී එකිනෙක ඡේදනය වේ.

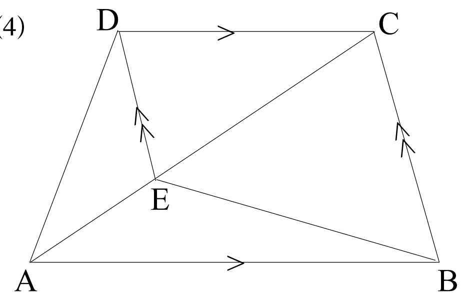
XYBΔ වර්ගඵලය = ABCΔ වර්ගඵලය බව සාධනය කරන්න.

(3)



ABCD සමාන්තරාස්‍රයේ BD විකර්ණයට සමාන්තරව A හා C හරහා ඇඳි සරල රේඛාවලට B හරහා ඇඳි ඕනෑම සරල රේඛාවක් පිළිවෙලින් P හා Q හි දී හමු වේ. PQ ට සමාන්තරව D හරහා ඇඳි සරල රේඛාව දික් කළ PAට Sහි දීත්, දික් කළ QCට Rහි දීත් හමු වේ. PDQΔ වර්ගඵලය =ABCD සමාන්තරාස්‍රයේ වර්ගඵලය බව පෙන්වන්න.

(4)



ABCD ත්‍රපීසියමේ AB // DC හා AB > DC වේ. AC පාදය E හි දී හමුවන සේ BC ට සමාන්තරව DE ඇඳ තිබේ. ACDΔ වර්ගඵලය = BECΔ වර්ගඵලය බව පෙන්වන්න. (ඉඟිය : AB පාදය හමුවන තෙක් DE දික් කරන්න.)

5. පයිතගරස් ප්‍රමේයය

මෙම පාඩම හැදෑරීමෙන් පසු ඔබට

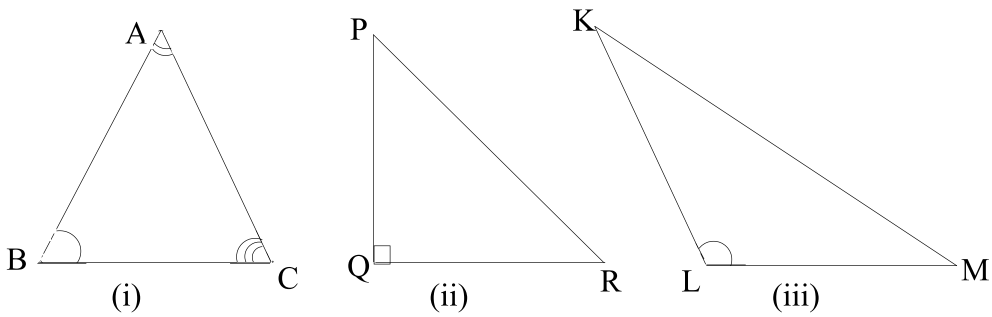
- පයිතගරස් ප්‍රමේයය හඳුනා ගැනිමට
- පයිතගරස් ප්‍රමේයය භාවිත කරමින් සෘජුකෝණී ත්‍රිකෝණයන්හි පාදවල දිග ඇතුළත් අභ්‍යාස කිරීමට
- "පයිතගරස් ත්‍රික" ගොඩනගා ගැනීමට
- ත්‍රිකෝණයක පාදවල දිග අනුව එය කවර වර්ගයේ ත්‍රිකෝණයක් දැයි හඳුනා ගැනීමට
- පයිතගරස් ප්‍රමේයය භාවිතයෙන් සාධනය කිරීමේ ගැටලු විසඳීමට

හැකියාව ලැබෙනු ඇත.

සෘජුකෝණී ත්‍රිකෝණය

ඔබ මීට පෙර පාඩම්වල දී උගත් සෘජුකෝණී ත්‍රිකෝණය පිළිබඳ ව නැවත සිහිපත් කර ගැනීමට පහත ක්‍රියාකාරකම් දෙකෙහි නිරතවන්න.

ක්‍රියාකාරකම 01



ඉහත රූපයේ දැක්වෙන එක් එක් ත්‍රිකෝණයන්හි අභ්‍යන්තර කෝණවල විශාලත්වයන් සැලකිල්ලට ගනිමින් පහත වගුව සම්පූර්ණ කරන්න.

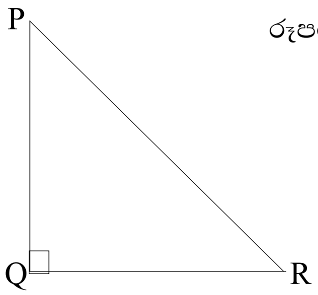
ත්‍රිකෝණය	විශාල ම කෝණය අයත් වර්ගය	කෝණ අනුව ත්‍රිකෝණයේ වර්ගීකරණය
(i) ABC	සුළු	සුළුකෝණී ත්‍රිකෝණය
(ii) PQR	....	....
(iii) KLM	....	....

වගුව අනුව,

ABC සුළුකෝණී ත්‍රිකෝණයකි

PQR සෘජුකෝණී ත්‍රිකෝණයකි

KLM මහාකෝණී ත්‍රිකෝණයකි



රූපයේ දැක්වෙන PQR සෘජුකෝණී ත්‍රිකෝණයේ,

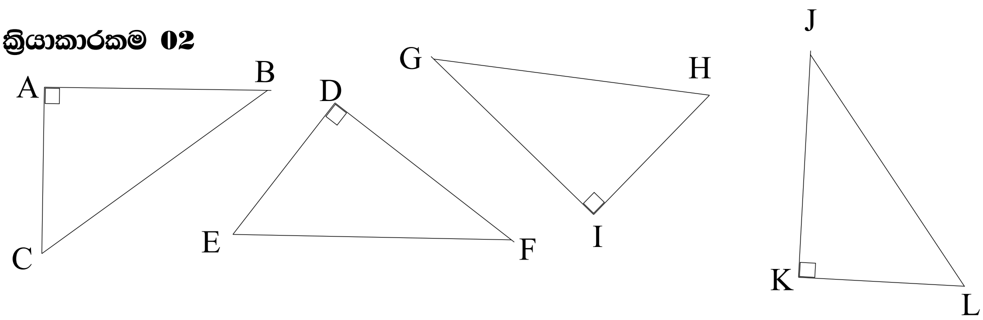
දිගින් වැඩි ම පාදය ———— PR

සෘජු කෝණයට සම්මුඛ පාදය—— PR

PR, PQR සෘජුකෝණී ත්‍රිකෝණයේ කර්ණයයි.

> සෘජුකෝණී ත්‍රිකෝණයක සෘජු කෝණයට සම්මුඛව පිහිටි පාදය කර්ණය ලෙස හැඳින් වේ. කර්ණය සෘජුකෝණී ත්‍රිකෝණයක දිග ම පාදයයි.

ක්‍රියාකාරකම 02



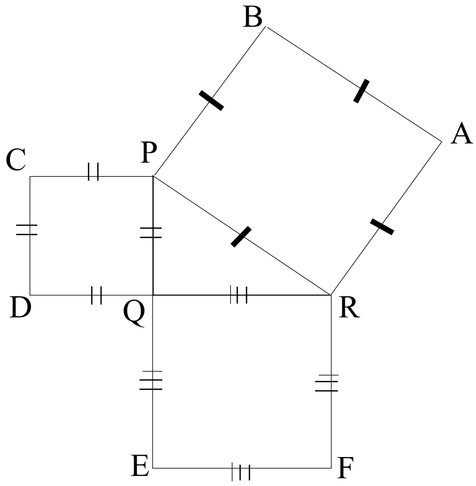
රූපයේ දැක්වෙන සෘජුකෝණී ත්‍රිකෝණ ඇසුරෙන්, පහත වගුව සම්පූර්ණ කරන්න.

ත්‍රිකෝණය	කර්ණය	කර්ණය හැරුණු විට සෘජු කෝණය අඩංගු ඉතිරි පාද
(i) ABC	BC	AB හා AC
(ii)	....	....
(iii)	....	....
(iv)	....	....

5.1 පයිතගරස් ප්‍රමේයය හා එහි භාවිත

ප්‍රමේයය:

සෘජුකෝණී ත්‍රිකෝණයක කර්ණය මත අඳිනු ලබන සමචතුරස්‍රයේ වර්ගඵලය, ඉතිරි පාද දෙක මත අඳිනු ලබන සමචතුරස්‍රවල වර්ගඵලයන්හි ඓක්‍යයට සමාන වේ.



PQR සෘජුකෝණී ත්‍රිකෝණයේ එක් එක් පාද මත සමචතුරස්‍ර ඇඳ ඇත.

PR පාදය මත සමචතුරස්‍රය, PRAB

PQ පාදය මත සමචතුරස්‍රය, PQDC

QR පාදය මත සමචතුරස්‍රය, QRFE

ප්‍රමේයය අනුව,

PRAB සමචතුරස්‍රයේ වර්ගඵලය =	PQDC සමචතුරස්‍රයේ වර්ගඵලය +
	QRFE සමචතුරස්‍රයේ වර්ගඵලය

PRAB සමචතුරස්‍රයේ වර්ගඵලය = PR x PR = PR^2

PQDC සමචතුරස්‍රයේ වර්ගඵලය = PQ x PQ = PQ^2

QRFE සමචතුරස්‍රයේ වර්ගඵලය = QR x QR = QR^2

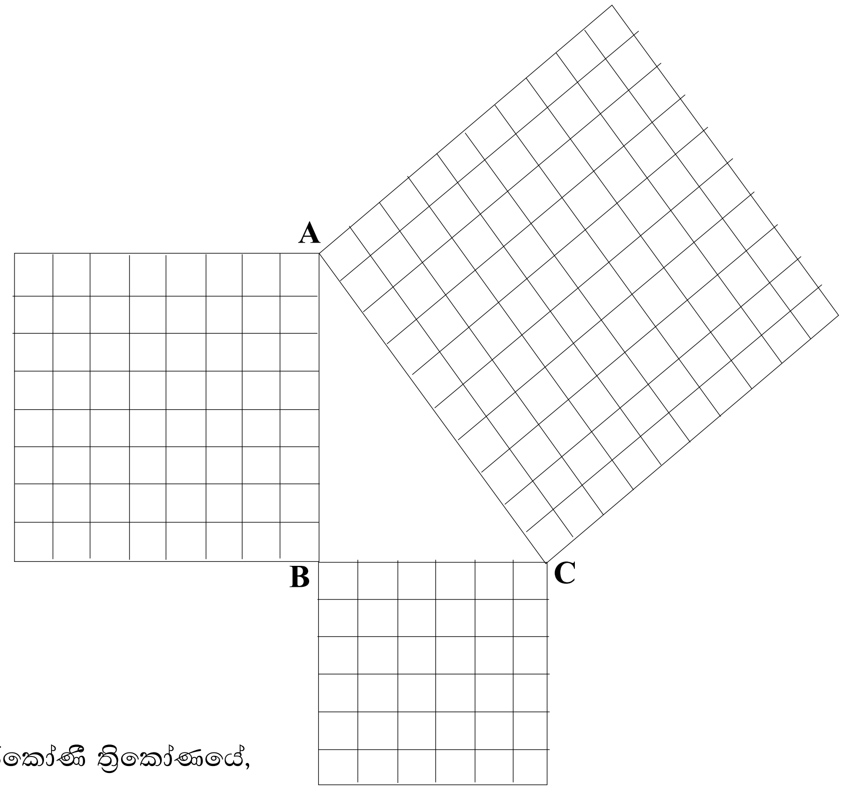
රූපයේ දැක්වෙන PQR සෘජුකෝණී ත්‍රිකෝණයේ,

PR පාදය කර්ණයයි. PQ හා QR ඉතිරි පාදයි.

ප්‍රමේයය අනුව ,

$$\boxed{PR^2 = PQ^2 + QR^2}$$

මෙය පයිතගරස් ප්‍රමේයයට අදාළ පයිතගරස් සම්බන්ධතාවය යි.



ABC සෘජුකෝණී ත්‍රිකෝණයේ,

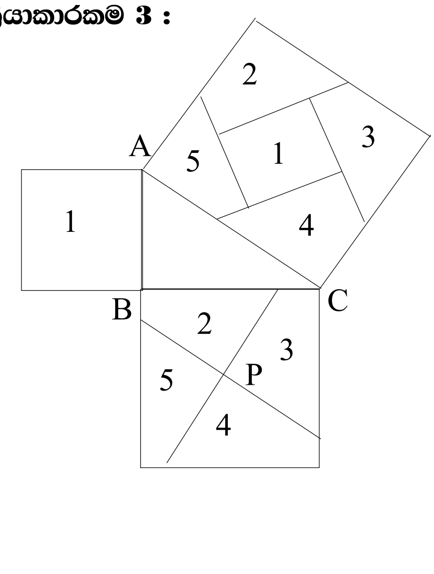
AB මත සමචතුරස්‍රයේ වර්ගලය = AB^2 = හතරැස් කොටු 64

BC මත සමචතුරස්‍රයේ වර්ගලය = BC^2 = හතරැස් කොටු 36

AC මත සමචතුරස්‍රයේ වර්ගලය = AC^2 = හතරැස් කොටු 100

$\therefore$ $AC^2 = AB^2 + BC^2$ සත්‍ය බව පැහැදිලි වේ.

ක්‍රියාකාරකම 3 :



පයිතගරස් සම්බන්ධය සත්‍ය බව තවදුරටත් තහවුරු කර ගැනීම සඳහා පහත දැක්වෙන පියවර ඔස්සේ ක්‍රියාකාරකමේ නිරත වන්න.

පියවර 1 : ඔබ කැමති ABC නම් ඕනෑම සෘජුකෝණී ත්‍රිකෝණයක් ඇඳ, විහිත චතුරස්‍රය හා සරල දාරය භාවිත කරමින් එම ත්‍රිකෝණයේ එක් එක් පාද මත සමචතුරස්‍ර අඳින්න.

පියවර 2 : සමචතුරස්‍ර තුනෙන් මධ්‍යම ප්‍රමාණයේ සමචතුරස්‍රයේ හරි මැද ලකුණු කර ගන්න. (P) (සමචතුරස්‍රයේ හරි මැද විකර්ණ දෙක ඡේදනය වන ලක්ෂ්‍යය යි)

පියවර 3 : ABC ත්‍රිකෝණයේ දිගම පාදය වන AC කර්ණයට සමාන්තරවූත්, ලම්බවූත්, සරල රේඛා දෙකක්, මධ්‍යම තරමේ සමචතුරස්‍රයේ හරි මැද ලක්ෂ්‍යය වන P හරහා අඳින්න.

පියවර 4 : රූපයේ දැක්වෙන අන්දමට, ABC ත්‍රිකෝණයේ සෘජු කෝණය අඩංගු පාද මත සමචතුරස්‍ර දෙකේ අංක යොදන්න.

පියවර 5 : 1 සිට 5 තෙක් කැබලි කපා වෙන් කර ගෙන කර්ණය මත ඇඳි සමචතුරස්‍රය වැසෙන සේ එම කැබලි රූපයේ දැක්වෙන අන්දමට තබන්න.

එවිට, ABC සෘජුකෝණී ත්‍රිකෝණයේ

AB මත සමචතුරස්‍රයේ ව.ඵ.+BC මත සමචතුරස්‍රයේ ව.ඵ.= AC මත සමචතුරස්‍රයේ ව.ඵලය

$$AB^2 + BC^2 = AC^2$$

පයිතගරස් ප්‍රමේයය සත්‍ය බව තහවුරු වේ.

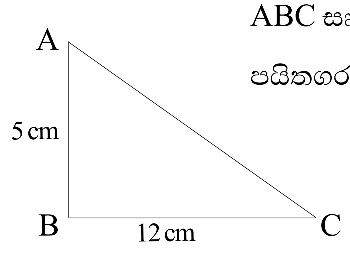
මේ ආකාරයට පයිතගරස් ප්‍රමේයය තහවුරු කළ හැකි තවත් බොහෝ ක්‍රම තිබේ. ඒවා පිළිබඳ ව ජ්‍යාමිතිය පොත්පත්වලින් සොයා බලන්න.

පයිතගරස් ප්‍රමේයය භාවිතය :

සෘජුකෝණී ත්‍රිකෝණයන්හි පාදවල දිග ඇතුළත් ගැටලු විසඳීම සඳහා පයිතගරස් ප්‍රමේයය යොදා ගැනේ.

නිදසුන 1

ABC ත්‍රිකෝණයේ $\hat{B}$ සෘජු කෝණයකි. AB = 5cm හා BC = 12cm නම් AC හි දිග සොයන්න.



ABC සෘජුකෝණී ත්‍රිකෝණයකි.

පයිතගරස් ප්‍රමේයය අනුව $AC^2 = AB^2 + BC^2$

$= 5^2 + 12^2$

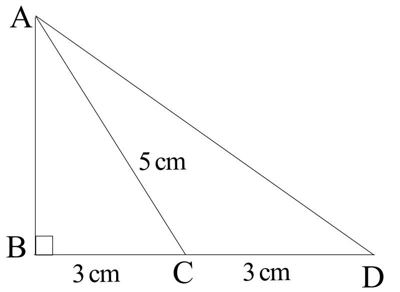
$= 25 + 144 = 169$

$AC = \sqrt{169}$

$AC = 13$

AC පාදයේ දිග = 13cm

නිදසුන 2



ABD ත්‍රිකෝණයේ $\hat{B} = 90^0$ කි. C යනු BDහි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යයයි.

AC = 5cm, BC = CD = 3cm නම් AD හි දිග සොයන්න.

(පිළිතුර මූල ආකාරයෙන් තැබීම සෑහේ.)

රූපයේ දැක්වෙන ABC හා ABD යනු සෘජුකෝණී ත්‍රිකෝණ දෙකකි.

ABC සෘජුකෝණී ත්‍රිකෝණයේ;

$AB^2 + BC^2 = AC^2$

$AB^2 + 3^2 = 5^2$

$AB^2 = 5^2 - 3^2$

$= 25 - 9$

$= 16$

$AB = \sqrt{16}$

$= 4$ cm

ABD සෘජුකෝණී ත්‍රිකෝණයේ;

$AD^2 = AB^2 + BD^2$

$= 4^2 + 6^2$

$= 16 + 36$

$AD^2 = 52$

$AD = \sqrt{52}$

AD හි දිග = $\sqrt{52}$ cm

$\sqrt{52} = \sqrt{4 \times 13}$

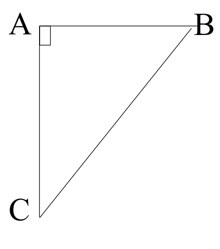
$= 2\sqrt{13}$

ලෙස ද පිළිතුර තැබිය හැකි ය.

5.1 අභ්‍යාසය

(1) පහත එක් එක් සෘජුකෝණී ත්‍රිකෝණය සැලකිල්ලට ගනිමින් හිස්තැන් සම්පූර්ණ කරන්න.

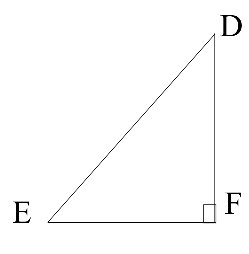
(i)



..........................සෘජුකෝණී ත්‍රිකෝණයේ ,

$BC^2 =$ .... + ...

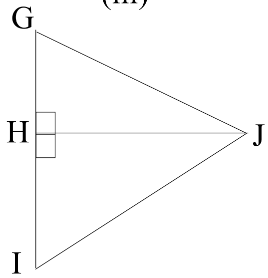
(ii)



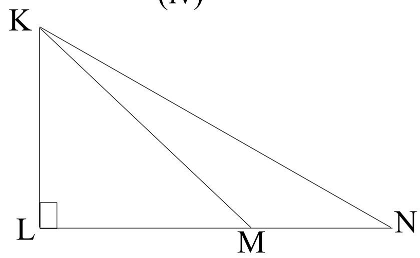
.... සෘජුකෝණී ත්‍රිකෝණයේ ,

$DF^2 +$ .... = ...

(iii)



(iv)



GHJ සෘජුකෝණී ත්‍රිකෝණයේ ,

GJ^2 = ... + ...

.... සෘජුකෝණී ත්‍රිකෝණයේ ,

HJ^2 + ... = ...

KLN සෘජුකෝණී ත්‍රිකෝණයේ ,

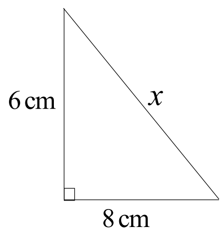
KN^2 = ... + ...

KLM සෘජුකෝණී ත්‍රිකෝණයේ ,

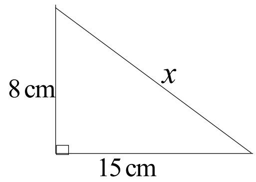
KL^2 + ... = KM^2

(2) පහත දැක්වෙන රූපවල x මගින් දැක්වෙන අගය සොයන්න. (පූර්ණ වර්ග සංඛ්‍යා නොලැබෙන අවස්ථාවන්හි පිළිතුර කරණියක් ලෙස තබන්න.)

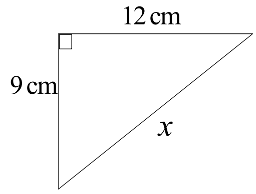
(i)



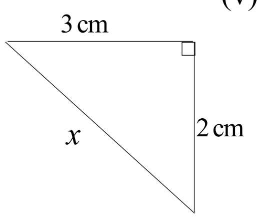
(ii)



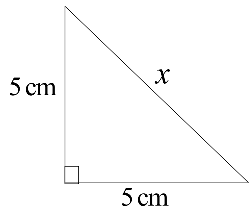
(iii)



(iv)

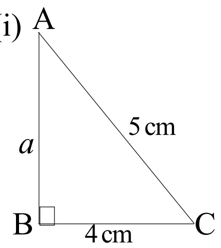


(v)

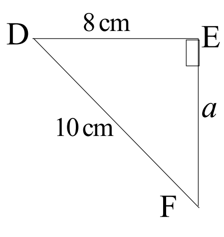


(3) පහත දැක්වෙන රූපසටහන්වල a මගින් දැක්වෙන අගය සොයන්න.

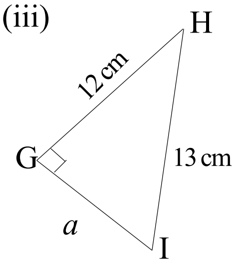
(i)



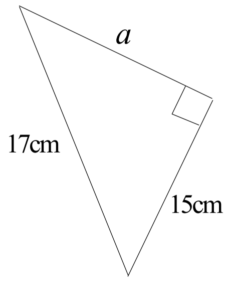
(ii)

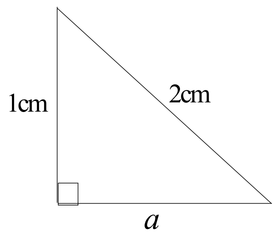


(iii)



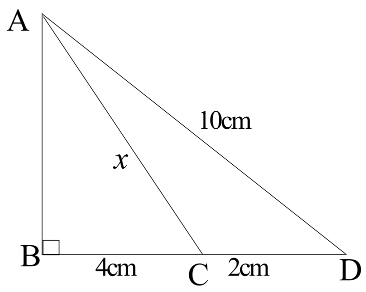
(iv) (v)

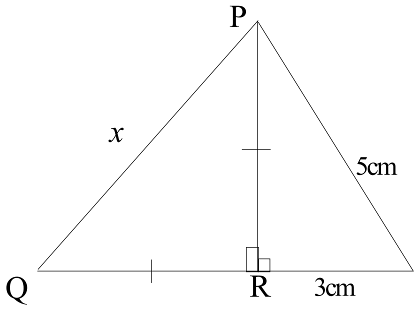




(4) පහත රූපසටහන්වල දැක්වෙන x හි අගය සොයන්න.

(i) (ii)

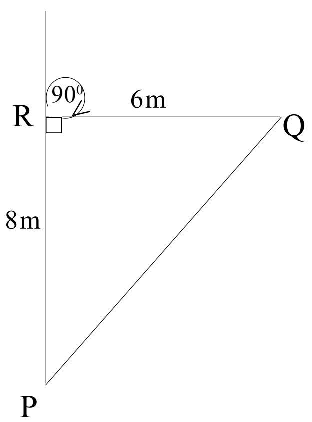




5.2 පයිතගරස් ප්‍රමේයයේ භාවිත තවදුරටත්

නිදසුන 3:

සුනිමල් P සිට උතුරු දිශාවට 8 mක් ගමන් කර, අනතුරුව නැගෙනහිර දිශාවට 6 mක් ගොස් Q වෙත ළඟාවේ. දැන් ඔහු සිටින්නේ P සිට කවර දුරකින් ද?



උතුරු දිශාවේ සිට නැගෙනහිර දිශාවට හැරෙන විට 90^0ක් කැරකේ. එවිට රූපයේ $P\hat{R}Q$ සෘජුකෝණයක් වේ. $\therefore$ PQR සෘජුකෝණී ත්‍රිකෝණයකි.

$PQ^2 = PR^2 + RQ^2$ (පයිතගරස් ප්‍රමේයය අනුව)

$= 8^2 + 6^2$

$= 64 + 36 = 100$

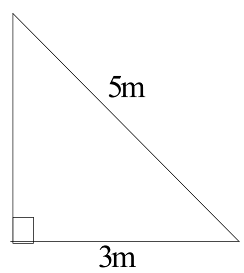
$PQ = \sqrt{100} = 10$

සුනිමල් P සිට 10cmක් දුරින් දැන් සිටියි.

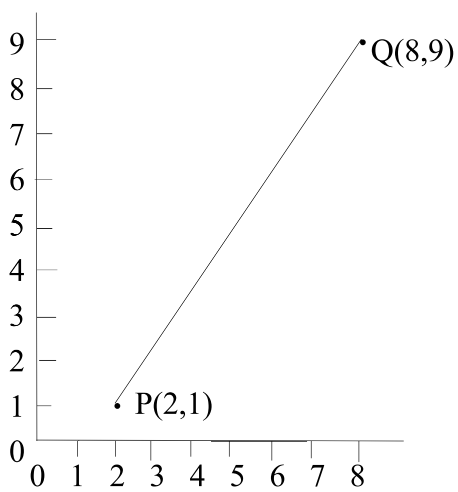
5.2 අභ්‍යාසය

(1) ගණිත උපකරණ පෙට්ටියක ඇතුළත දිග 15cm ද, පළල 8cm ද වේ. එම පෙට්ටියේ දැමිය හැකි වැඩි ම දිගින් යුත් පැන්සලේ දිග සොයන්න.

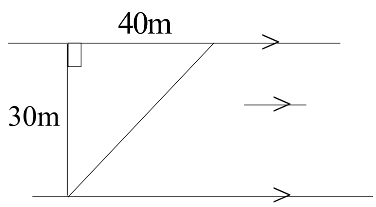
(2) විදුලි කම්බි කණුවක 6mක් උසින් කම්බියක් ගැට ගසා, එහි අනික් කෙළවර, කණුවේ මුල සිට 8mක් දුරින් බිමේ පිහිටි කුඤ්ඤයකට හොඳින් ඇදෙන සේ සවිකර තිබේ. දෙකෙළවර සවි කිරීමට යොදාගත් ගැට සඳහා වැය වූ ප්‍රමාණ අත්හැර කම්බියේ දිග සොයන්න.

(3) 

5mක් දිග ඉණිමඟක පහළ කෙළවර සිරස් බිත්තියක පාමුල සිට 3mක් දුරින් බිමෙහි තබා, බිත්තියට හේත්තුකර තිබේ. ඉණිමගේ ඉහළ කෙළවර ඇත්තේ බිත්තියේ පාමුල සිට කොපමණ සිරස් උසකින් ද?

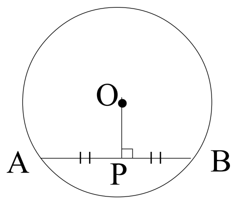
(4) 

ඛණ්ඩාංක තලයක ලකුණු කරන ලද PQ සරල රේඛා ඛණ්ඩයක් රූපයේ දක්වේ. P(2, 1) හා Q(8, 9) වේ නම්, PQ හි දිග සොයන්න. (ඉඟිය: PQ කර්ණය වනසේ සෘජුකෝණී ත්‍රිකෝණයක් නිර්මාණය කරන්න.)

(5) 

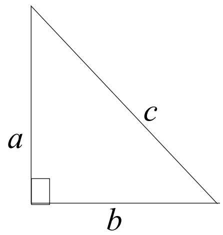
30m ක් පළල ගඟක් හරහා පිහිනන මිනිහෙක්, පිහිනීම ආරම්භ කළ ස්ථානයට ඉදිරියෙන්, ගඟේ අනෙක් ඉවුරේ පිහිටි ස්ථානයේ සිට 40mක් ගඟ පහළින් පිහිටි ස්ථානයට සරල රේඛීය මඟකින් පිහිනා ගොස් ගොඩට එයි. ඔහු පිහිනා ඇති දුර සොයන්න. (ගඟේ ඉවුරු දෙක එකිනෙකට සමාන්තර යයි සිතන්න.)

(6) රූපයේ දැක්වෙන වෘත්තයේ කේන්ද්‍රය O වේ. AB ජ්‍යායේ මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය P වන අතර OP, AB ට ලම්බ වේ.



OP = 8cm හා AB = 12cm නම් වෘත්තයේ අරය සොයන්න.

5.3 පයිතගරස් ත්‍රික



රූපයේ දැක්වෙන සෘජුකෝණී ත්‍රිකෝණයේ පාද a, b හා c ලෙස හැඳින්වුවහොත් පයිතගරස් ප්‍රමේයය අනුව

$a^2 + b^2 = c^2$ වේ.

මෙසේ වර්ග සංඛ්‍යා දෙකක එකතුව තවත් වර්ග සංඛ්‍යාවක් ම වන අවස්ථා සංඛ්‍යා අතර දැකිය හැකි ය.

උදා : $3^2 + 4^2 = 5^2$

$9 + 16 = 25$

9, 16 හා 25 වර්ග සංඛ්‍යා වන අතර ඒවා ලැබී ඇත්තේ 3, 4, 5 යන සංඛ්‍යාවලිනි.

මේ ආකාරයට වර්ග සංඛ්‍යා දෙකක එකතුව තවත් වර්ග සංඛ්‍යාවක් ම වන විට, එම වර්ග සංඛ්‍යා ලබා දුන් සංඛ්‍යා ත්‍රිත්වය "පයිතගරස් ත්‍රික" ලෙස හැඳින්වේ.

උදා : (3, 4, 5) , (6, 8, 10)

5.3 අභ්‍යාසය

(1) පහත දැක්වෙන සංඛ්‍යා ත්‍රිත්වයක් ඇතුළත් කාණ්ඩවලින් පයිතගරස් ත්‍රික තෝරන්න.

(i) (2, 4, 5) (iii) (9, 40, 41) (v) (15, 8, 17)

(ii) (5, 12, 13) (iv) (10, 11, 15) (vi) (8, 20, 25)

(2) (i) 1 සිට 25 තෙක් පූර්ණ සංඛ්‍යාවල වර්ගයන් සොයා පහත ආකාරයේ වගුවක ඇතුළත් කරන්න.

සංඛ්‍යාව	1	2	3	— — — —
සංඛ්‍යාවේ වර්ගය	1	4	9	— — — —

(ii) වර්ග සංඛ්‍යා දෙකක එකතුව වර්ග සංඛ්‍යාවක් ම වන සංඛ්‍යා ත්‍රිත්ව වගුවෙන් හැකි තරම් තෝරන්න.

(iii) 1 සිට 25 තෙක් පූර්ණ සංඛ්‍යාවලින් ලබාගත හැකි පයිතගරස් ත්‍රික හැකි තරම් ලියන්න.

ඔත්තේ සංඛ්‍යාවක් ඇසුරෙන් පයිතගරස් ත්‍රික ලබා ගැනීමට ඔත්තේ සංඛ්‍යාව වර්ග කර ලැබෙන ප්‍රතිඵලය ඓක්‍යය වන්නා වූ අනුයාත පූර්ණ සංඛ්‍යා යුගලය තෝරාගන්න.

උදා : $3 \rightarrow 3^2 = 9$ 9 → 4, 5

$\therefore$ පයිතගරස් ත්‍රිකය (3, 4, 5)

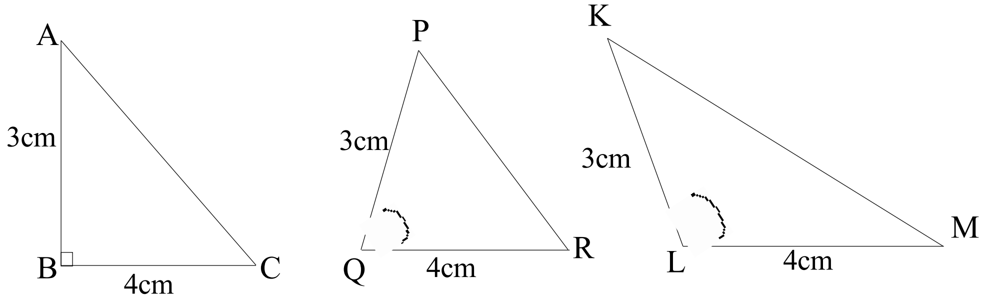
අනුයාත පූර්ණ සංඛයා යුගලයක් නොමැති නම් පයිතගරස් ත්‍රිකයක් නැත.

ඉරට්ට සංඛ්‍යාවක් ඇසුරෙන් පයිතගරස් ත්‍රික ලබා ගැනීමට ඉරට්ට සංඛ්‍යාව දෙකෙන් බෙදා ලැබෙන අගය වර්ග කරන්න. එම අගයට එකක් වැඩි හා එකක් අඩු සංඛ්‍යා දෙකක් සමග මුල් ඉරට්ට සංඛ්‍යාව පයිතගරස් ත්‍රිකයකි.

උදා : (6) $\frac{6}{2} \rightarrow 3 \rightarrow 3^2 = 9$ 9 → 8 (එකක් අඩු), 10 (එකක් වැඩි)

$\therefore$ පයිතගරස් ත්‍රිකය (6, 8, 10)

5.4 පයිතගරස් ප්‍රමේයය භාවිතයෙන් ත්‍රිකෝණ වර්ග හඳුනා ගැනීම



රූපසටහනෙන් දැක්වෙන ABC සෘජුකෝණී ත්‍රිකෝණයක් ද, PQR සුළුකෝණී ත්‍රිකෝණයක් ද, KLM මහාකෝණී ත්‍රිකෝණයක් ද වේ. රූපයේ ලකුණු කර ඇති ආකාරයට සෘජු කෝණය හෝ සුළු කෝණය හෝ මහා කෝණය අඩංගු පාදවල විශාලත්ව 3cm හා 4cm වේ.

ABC සෘජුකෝණී ත්‍රිකෝණය $3^2 + 4^2 = 9+16 = 25$ (පයිතගරස් ප්‍රමේයයට අනුව)

PQR සුළුකෝණී ත්‍රිකෝණය $3^2 + 4^2 = 9+16 = 25$ (PR^2 ට සමාන ද? කුඩා ද? වැඩි ද?

KLM මහාකෝණී ත්‍රිකෝණය $3^2 + 4^2 = 9+16=25$ (KM^2 ට සමාන ද? කුඩා ද? වැඩි ද?

- සුළුකෝණී ත්‍රිකෝණයක සුළු කෝණය අඩංගු පාදවල වර්ගයන්ගේ ඓක්‍යයට වඩා සුළු කෝණයට සම්මුඛ පාදයේ වර්ගය අඩු ය.
- මහාකෝණී ත්‍රිකෝණයක මහා කෝණය අඩංගු පාදවල වර්ගයන්ගේ ඓක්‍යයට වඩා මහා කෝණයට සම්මුඛ පාදයේ වර්ගය වැඩි ය.

5.4 අභ්‍යාසය

(1) a, b හා c මගින් දැක්වෙන්නේ ත්‍රිකෝණයක පාද තුනයි. a කුඩා ම පාදය වන අතර c විශාල ම පාදයයි. පහත වගුවේ දී ඇති ත්‍රිකෝණවල පාද අනුව එම එක් එක් ත්‍රිකෝණ කවර වර්ගයේ ත්‍රිකෝණ දැයි පරීක්ෂා කරමින් වගුව සම්පූර්ණ කරන්න.

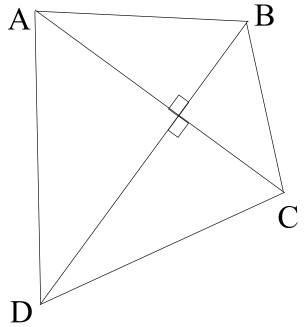
	ත්‍රිකෝණයේ පාදවල දිග							මහාකෝණී/ සුළුකෝණී/
	a	b	c	a^2	b^2	c^2	$a^2 + b^2 \lesseqgtr c^2$	සෘජුකෝණී
(i)	2	4	5	4	16	25	$4 + 16 < 25$	මහාකෝණී
(ii)	3	4	5	....	....	....	....	....
(iii)	5	6	7	....	....	....	....	....
(iv)	4	6	7	....	....	....	....	....
(v)	6	8	10	....	....	....	....	....
(vi)	5	8	10	....	....	....	....	....
(vii)	5	10	11	....	....	....	....	....
(viii)	6	10	11	....	....	....	....	....
(ix)	5	12	13	....	....	....	....	....
(x)	10	11	12	....	....	....	....	....

5.5 පයිතගරස් ප්‍රමේයය භාවිතයෙන් සාධනය කිරීම්

නිදසුන 4

ABCD චතුරස්‍රයේ විකර්ණ සෘජුකෝණී ලෙස P හි දී ඡේදනය වේ.

$AB^2 + CD^2 = AD^2 + BC^2$ බව පෙන්වන්න.



APB, DPC, APD හා BPC සෘජුකෝණී ත්‍රිකෝණ වේ.

APB සෘජුකෝණී ත්‍රිකෝණයෙන්

$AB^2 = AP^2 + PB^2$ ——— (1) (පයිතගරස් ප්‍රමේයය අනුව)

DPC සෘජුකෝණී ත්‍රිකෝණයෙන්

$CD^2 = DP^2 + PC^2$ ——— (2) (පයිතගරස් ප්‍රමේයය අනුව)

(1)+(2) $AB^2 + CD^2 = AP^2 + PB^2 + DP^2 + PC^2$ —(3)

APD සෘජුකෝණී ත්‍රිකෝණයෙන්

$AD^2 = AP^2 + DP^2$ ——— (4) (පයිතගරස් ප්‍රමේයය අනුව)

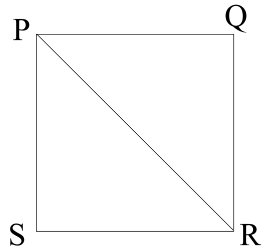
$BC^2 = PB^2 + PC^2$ ——— (5) (පයිතගරස් ප්‍රමේයය අනුව)

(4)+(5) $AD^2 + BC^2 = AP^2 + PB^2 + DP^2 + PC^2$ — (6)

(3) හා (6) හි වමත් පස කොටස් එකම නිසා, $AB^2 + CD^2 = AD^2 + BC^2$

5.5 අභ්‍යාසය

(1) PQRS යනු සමචතුරස්‍රයකි. $PR^2 = 2PQ^2$ බව පෙන්වීම සඳහා පහත හිස්තැන් සම්පූර්ණ කරන්න.



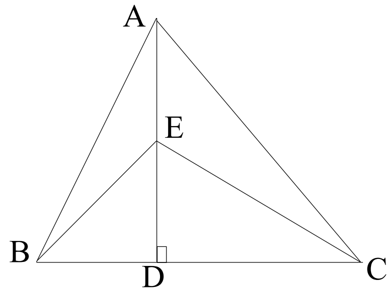
PQR සෘජුකෝණී ත්‍රිකෝණයකි.

$PQ^2 + ... = PR^2$ (පයිතගරස් ප්‍රමේය අනුව)

$PQ^2 + ... = PR^2$ (PQ = QR සමචතුරස්‍රයේ පාද)

$2PQ^2 = PR^2$

(2)



රූපයේ දැක්වෙන ABC ත්‍රිකෝණයේ BC පාදයට AD ලම්බය ඇඳ තිබේ. E යනු AD මත පිහිටි ඕනෑම ලක්ෂ්‍යයකි. $AB^2 - AC^2 = EB^2 - EC^2$

බව පෙන්වීම සඳහා පහත හිස්තැන් සම්පූර්ණ කරන්න.

ABD සෘජුකෝණී ත්‍රිකෝණයේ;

$AB^2 = ... + ...$ ——— (1) (පයිතගරස් ප්‍රමේයය අනුව)

ADC සෘජුකෝණී ත්‍රිකෝණයේ;

$AC^2 = ... + ...$ ——— (2) (පයිතගරස් ප්‍රමේයය අනුව)

(1) - (2) $AB^2 - AC^2 = ... + ... - .... - ....$

$AB^2 - AC^2 = ... + ...$ ——— (3)

BED සෘජුකෝණී ත්‍රිකෝණයේ;

$EB^2 = ... + ...$ ———(4) (පයිතගරස් ප්‍රමේයය අනුව)

EDC සෘජුකෝණී ත්‍රිකෝණයේ;

$EC^2 = ... + ...$ $\therefore$ ——— (5) (පයිතගරස් ප්‍රමේයය අනුව)

(4) - (5) $EB^2 - EC^2 = ...$

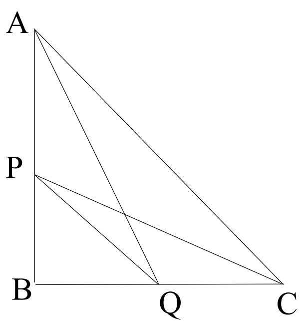
$EB^2 - EC^2 = ...$

(3) හා (6) හි වමත් පස එකිනෙකට සමාන නිසා දකුණත් පස සමාන වේ.

$........... + ... = ... + ...$

(3)

ABC ත්‍රිකෝණයේ $\hat{B}$ සෘජුකෝණයකි. AB මත P ලක්ෂ්‍යයත් BC මත Q ලක්ෂ්‍යයත් පිහිටා ඇත. රූපය ඇසුරෙන්



(i) AQ^2 ට සමාන ප්‍රකාශනයක් ලියන්න

(ii) PC^2 ට සමාන ප්‍රකාශනයක් ලියන්න

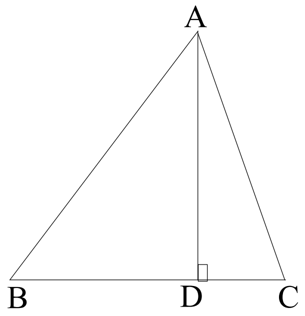
(iii) $AQ^2 + PC^2$ ට සමාන ප්‍රකාශනයක් ලියන්න

(iv) PQ^2 ට සමාන ප්‍රකාශනයක් ලියන්න

(v) AC^2 ට සමාන ප්‍රකාශනයක් ලියන්න

(vi) $AQ^2 + PC^2 = AC^2 + PQ^2$ බව පෙන්වන්න.

(4)



රූපයේ දැක්වෙන තොරතුරු අනුව පහත හිස්තැන් සම්පූර්ණ කරමින් $AB^2 + CD^2 = AC^2 + BD^2$ බව පෙන්වන්න.

(i) AB^2 සඳහා ප්‍රකාශනයක් ලියන්න.

(ii) AC^2 සඳහා ප්‍රකාශනයක් ලියන්න.

(iii) (ii)දී ලද සමීකරණයෙන් CD^2ට සමාන ප්‍රකාශනයක් ලියන්න.

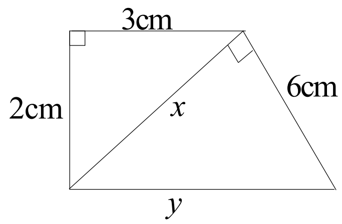
(iv) $AB^2 + CD^2$ සඳහා ප්‍රකාශනයක් ලබා ගන්න.

(v) $AB^2 + CD^2 = AC^2 + BD^2$ බව පෙන්වන්න.

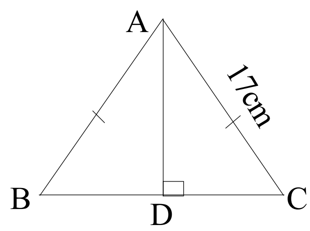
5. මිශ්‍ර අභ්‍යාසය

(1) රූපසටහනේ දැක්වෙන තොරතුරු අනුව x හා y මගින් දැක්වෙන අගයයන් සොයන්න. (පිළිතුරු කරණි ආකාරයෙන් තැබීම සෑහේ.)

$\hat{B}$



(2) ABC ත්‍රිකෝණයේ AB = AC = 17 cm වේ. D යනු BC හි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යයයි. AD = 15 cm නම් BC හි දිග සොයන්න.

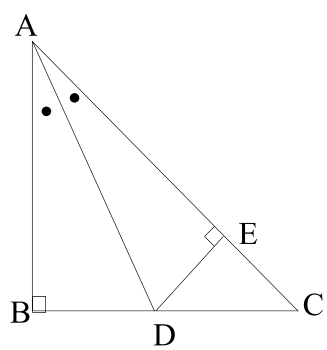


(3) ABC සමද්විපාද ත්‍රිකෝණයේ සෘජුකෝණයකි. $B\hat{A}C$ හි සමච්ඡේදකයට BC පාදය D හි දී හමු වේ. D සිට ACට ඇඳි ලම්බය DE වේ.

(i) ABට සමාන පාදයක් නම් කරන්න.

(ii) $E\hat{D}C$ හි අගය සොයන්න.

(iii) $ABD\Delta \equiv ADE\Delta$ බව පෙන්වන්න.



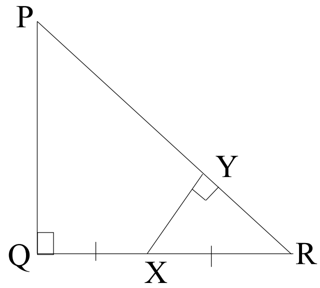
(iv) ED = BD බව පෙන්වන්න.

(v) $DC^2 = 2\ EC^2$ බව පෙන්වන්න.

(vi) $DC^2 = 2\ BD^2$ බව පෙන්වන්න.

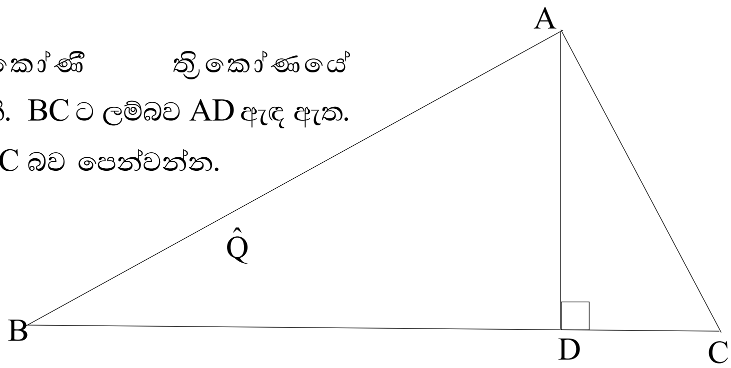
(4) PQR සෘජුකෝණී ත්‍රිකෝණයේ $\hat{Q}$ සෘජුකෝණයකි. QR පාදයේ මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය වන Xහි සිට PR ට ඇඳි ලම්බය XY වේ.

$PQ^2 = PY^2 - YR^2$ බව පෙන්වන්න.

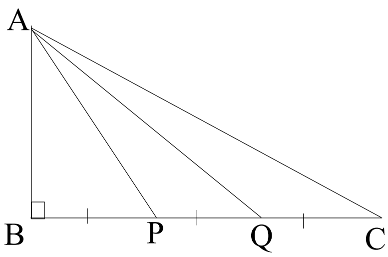


(5) ABC සෘජුකෝණී ත්‍රිකෝණයේ $\hat{A}$ සෘජුකෝණයකි. BC ට ලම්බව AD ඇඳ ඇත.

$AD^2 = BD\ .\ DC$ බව පෙන්වන්න.



(6) ABC සෘජුකෝණී ත්‍රිකෝණයේ $\hat{B}$ සෘජුකෝණයකි. BC = PQ = QC වන සේ BC පාදය මත P හා Q ලක්ෂ්‍ය ලකුණු කර ඇත. $AQ^2 - AP^2 = \frac{1}{3}BC^2$ බව පෙන්වන්න.



6. සමානුපාත ප්‍රමේයය

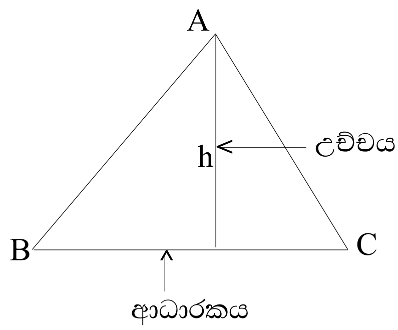
මෙම පාඩම හැදෑරීමෙන් පසු ඔබට

- ආධාරක එකම සරල රේඛාවක පිහිටි පොදු ශීර්ෂයක් ඇති ත්‍රිකෝණවල වර්ගඵල ආධාරකවලට සමානුපාතික වේ යන ප්‍රමේයය හා එහි භාවිතය ට
- ත්‍රිකෝණයක පාදයකට සමාන්තරව ඇඳි රේඛාවකින් ඉතිරි පාද දෙක සමානුපාතිකව බෙදේ යන ප්‍රමේයය, එහි විලෝමය හා ඒවායේ භාවිතයට
- සමකෝණික ත්‍රිකෝණවල අනුරූප පාද සමානුපාතික වේ යන ප්‍රමේයය, එහි විලෝමය හා ඒවායේ භාවිතයට

හැකියාව ලැබෙනු ඇත.

හැඳින්වීම

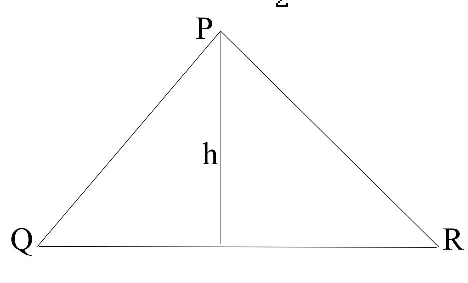
ත්‍රිකෝණයක වර්ගඵලය සොයන ආකාරය මීට ඉහත දී අපි උගෙන ගතිමු. ආධාරකය BC ද උච්චය (ලම්බ උස) h වූ ද ABC ත්‍රිකෝණයක් පහත දක්වා ඇත.



රූපය අනුව ABC ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය $= \frac{1}{2} \times$ ආධාරකය $\times$ ලම්බ උස

ABC ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය $= \frac{1}{2} \times BC \times h$

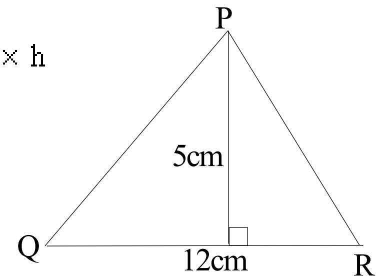
උදා:-



රූපයේ දැක්වෙන PQR ත්‍රිකෝණයේ P සිට QR ආධාරකයට ඇති ලම්බ දුර h වේ නම් එහි වර්ගඵලය සඳහා ප්‍රකාශනයක් ගොඩනගන්න.

PQR ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය $= \frac{1}{2} \times QR \times h$

උදා:- දී ඇති තොරතුරු අනුව PQR ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය සොයන්න.

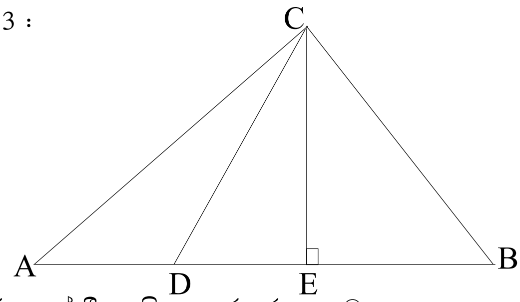


PQR ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය $= \frac{1}{2} \times QR \times h$

$= \frac{1}{2} \times 12 \times 5$

$= 30 \text{ cm}^2$

උදා 3 :



රූපයේ දී ඇති තොරතුරු අනුව

(i) ADC ත්‍රිකෝණයේ

(ii) BDC ත්‍රිකෝණයේ

වර්ගඵලය සඳහා ප්‍රකාශන ගොඩනගන්න.

(iii) ADC හා BDC ත්‍රිකෝණවල වර්ගඵල අතර අනුපාතය සොයන්න.

(i) ADC ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය $= \frac{1}{2} \times AD \times CE$

(ii) BDC ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය $= \frac{1}{2} \times DB \times CE$

(iii)

$$\frac{ADC\Delta}{BDC\Delta \text{ වර්ගඵලය}} = \frac{\frac{1}{2} \times AD \times CE}{\frac{1}{2} \times DB \times CE}$$

$$= \frac{AD}{DB}$$

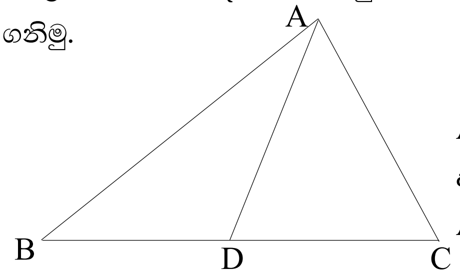
$$\frac{ADC\Delta \text{ වර්ගඵලය}}{BDC\Delta \text{ වර්ගඵලය}} = \frac{AD}{DB}$$

6.1 ත්‍රිකෝණවල වර්ගඵල ප්‍රමේයය

ප්‍රමේයය :

ආධාරක එකම සරල රේඛාවක පිහිටි පොදු ශීර්ෂයක් ඇති ත්‍රිකෝණවල වර්ගඵල ආධාරකවලට සමානුපාතික වේ.

ප්‍රමේයයෙහි සඳහන් කරුණු විමසා බැලීමට පහත දැක්වෙන රූපය ප්‍රයෝජනයට ගනිමු.



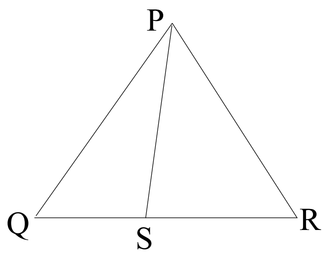
ADB හා ADC ත්‍රිකෝණවල BD හා DC ආධාරක එකම සරල රේඛාවක පිහිටන අතර A පොදු ශීර්ෂය වෙයි.

ප්‍රමේයය අනුව ADB ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය හා ADC ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය අතර අනුපාතය $\frac{BD}{DC}$ වේ.

එය මෙසේ ද දැක්විය හැකි ය. $\frac{ADB\,\Delta \text{ වර්ගඵලය}}{ADC\,\Delta \text{ වර්ගඵලය}} = \frac{BD}{DC}$

දැන් PQS හා PSR ත්‍රිකෝණ දැක්වෙන රූපය සැලකිල්ලට ගනිමින් ඉහත ප්‍රමේයයට අනුව සම්බන්ධතාවය ලියා දක්වමු.

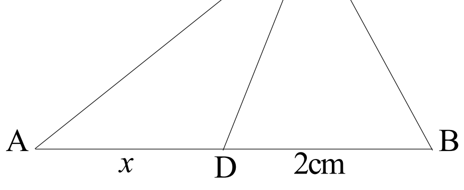
$$\frac{PQS\Delta}{PSR\Delta} = \frac{QS}{SR}$$



ප්‍රමේයය භාවිතයට ගත හැකි අවස්ථා සොයා බලමු.

උදා :- 1

රූපයේ ACD Δ වර්ගඵලය = 2 DBC Δ වර්ගඵලය වෙයි.
දී ඇති තොරතුරු අනුව x හි අගය සොයන්න.



ප්‍රමේයය අනුව

$$\frac{ADC\,\Delta \text{ වර්ගඵලය}}{DBC\,\Delta \text{ වර්ගඵලය}} = \frac{AD}{DB}$$

$$= \frac{x}{2}$$

$ACD\ \Delta$ වර්ගඵලය $=$ $2DBC\ \Delta$ වර්ගඵලය නිසා

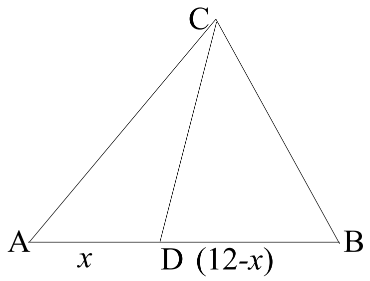
$$\frac{2DBC\Delta \text{ වර්ගඵලය}}{DBC\Delta \text{ වර්ගඵලය}} = \frac{x}{2}$$

$$2 = \frac{x}{2}$$

$$x = 4$$

$$x = 4\text{cm}$$

උදා :2



රූපයේ ADC ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය මෙන් තුන් ගුණයක් DBC ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලයට සමාන නම් දී ඇති දත්ත අනුව x හි අගය සොයන්න.

ප්‍රමේයය අනුව

$$\frac{ADC\Delta \text{ වර්ගඵලය}}{DBC\Delta \text{ වර්ගඵලය}} = \frac{AD}{DB}$$

$$= \frac{x}{12-x}$$

$3ADC\ \Delta$ වර්ගඵලය $= BDC\ \Delta$ වර්ගඵලය නිසා

$$\frac{ADC\Delta \text{ වර්ගඵලය}}{3ADC\Delta \text{ වර්ගඵලය}} = \frac{x}{12-x}$$

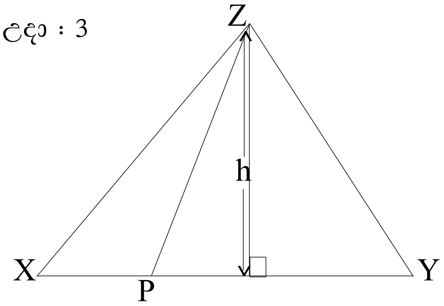
$$\frac{1}{3} = \frac{x}{12-x}$$

$$12 - x = 3x$$

$$12 = 4x$$

$$x = 3$$

උදා : 3



රූපයේ දී ඇති තොරතුරු අනුව

$$\frac{XPZ\Delta \text{ වර්ගඵලය}}{XYZ\Delta \text{ වර්ගඵලය}} = \frac{XP}{XY}$$ බව පෙන්වන්න.

සාධනය ： XPZ හා XPY ත්‍රිකෝණවල

$XPZ\Delta$ වර්ගඵලය$=\frac{1}{2}\times XP\times h$ ———— (1)

$XYZ\Delta$ වර්ගඵලය $=\frac{1}{2}\times XY\times h$ ———— (2)

$$\frac{(1)}{(2)} \quad \frac{XPZ\Delta \text{ වර්ගඵලය}}{XYZ\Delta \text{ වර්ගඵලය}} = \frac{\frac{1}{2}\times XP\times h}{\frac{1}{2}\times XY\times h}$$

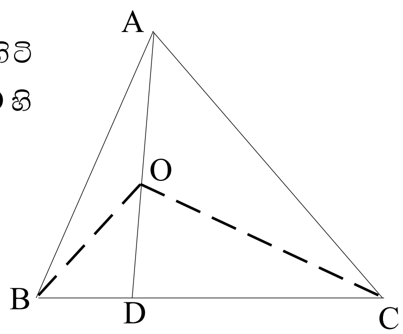
$$\frac{XPZ\Delta \text{ වර්ගඵලය}}{XYZ\Delta \text{ වර්ගඵලය}} = \frac{XP}{XY}$$

6.1.1 අභ්‍යාසය

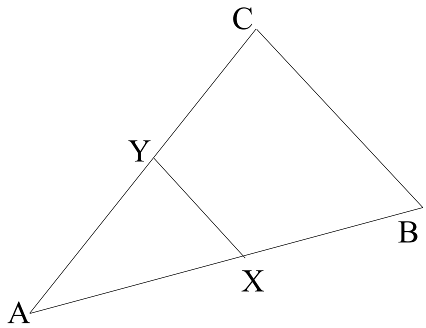
1. O යනු ABC ත්‍රිකෝණය ඇතුළත පිහිටි ලක්ෂ්‍යයකි. AO දික් කළ විට BC පාදය D හි දී හමු වෙයි.

$$\frac{AOB\Delta \text{ වර්ගඵලය}}{BOD\Delta \text{ වර්ගඵලය}} = \frac{AOC\Delta}{COD\Delta}$$

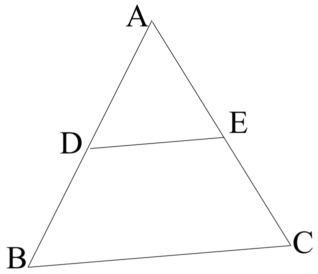
බව පෙන්වන්න.



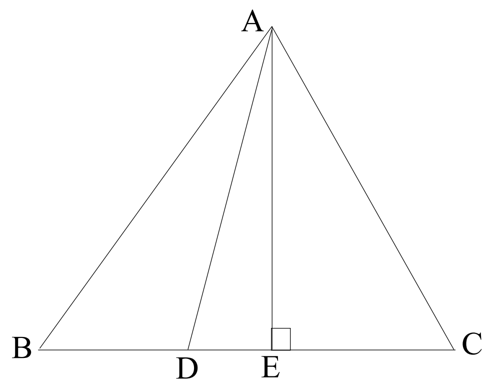
2. ABC ත්‍රිකෝණයේ AB හා AC පාදවල මධ්‍යලක්ෂ්‍ය පිළිවෙළින් X හා Y වෙයි.
   (i) $AXY\Delta$ වර්ගඵලය $=BXY\Delta$ වර්ගඵලය
   (ii) $BXY\Delta$ වර්ගඵලය$=XYC\Delta$ වර්ගඵලය
   බව පෙන්වන්න.



3. ABC ත්‍රිකෝණයේ $\frac{AD}{DB}=\frac{AE}{EC}$ වන සේ AB පාදය මත D ද CA පාදය මත E ද පිහිටයි.
   $\frac{AB}{DB}=\frac{AC}{EC}$ බව පෙන්වන්න.



ඉහත ප්‍රමේයය විධිමත් ලෙස සාධනය කරමු.



දත්තය : ABD ත්‍රිකෝණයේ BD පාදය හා ADC ත්‍රිකෝණයේ DC පාදය එකම සරල රේඛාවක් මත පිහිටයි. A යනු ත්‍රිකෝණ දෙකට ම පොදු ශීර්ෂය වෙයි.

සා.ක.යු : $\frac{ABD\Delta \text{ වර්ගඵලය}}{ADC\Delta \text{ වර්ගඵලය}} = \frac{BD}{DC}$

නිර්මාණය : A පොදු ශීර්ෂයේ සිට BC රේඛාවට ලම්බව AE ඇඳීම

සාධනය : $ABD\Delta \text{ වර්ගඵලය} = \frac{1}{2} \times BD \times AE$

$ADC\,\Delta \text{ වර්ගඵලය} = \frac{1}{2} \times DC \times AE$

$$\frac{ABD\,\Delta \text{ වර්ගඵලය}}{ADC\,\Delta \text{ වර්ගඵලය}} = \frac{\frac{1}{2} \times BD \times AE}{\frac{1}{2} \times DC \times AE}$$

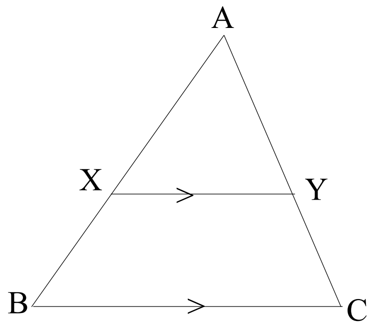
$$= \frac{BD}{DC}$$

$$\frac{ABD\Delta \text{ වර්ගඵලය}}{ADC\Delta \text{ වර්ගඵලය}} = \frac{BD}{DC}$$

ප්‍රමේයය :

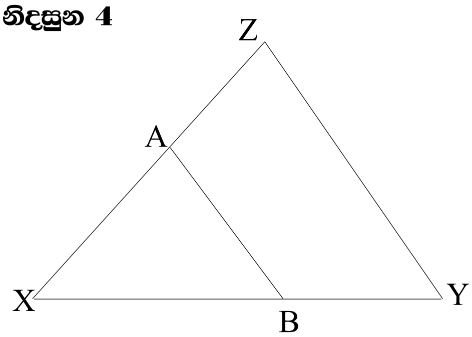
ත්‍රිකෝණයක එක පාදයකට සමාන්තරව අඳින ලද සරල රේඛාවක් එහි ඉතිරි පාද දෙක සමානුපාතිකව බෙදයි.

ප්‍රමේයය මගින් දැක්වෙන අදහස රූපසටහනක් මගින් විමසා බලමු.



ABC ත්‍රිකෝණයේ BC පාදයට සමාන්තරව XY රේඛාව ඇඳ ඇත. එවිට ඉතිරි පාද දෙක වන AB පාදය හා AC පාදය $\frac{AX}{XB}$ වන සේ හා $\frac{AY}{YC}$ වන සේ බෙදෙයි. එවිට $\frac{AX}{XB} = \frac{AY}{YC}$ වේ.

නිදසුන 4

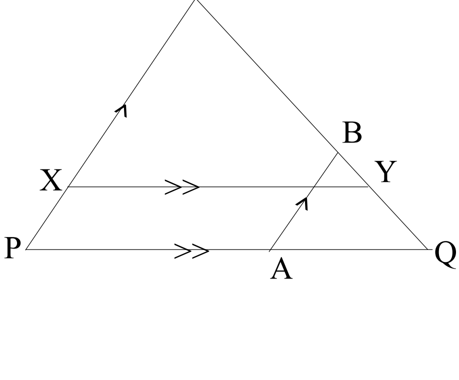


රූපයේ දී ඇති තොරතුරු අනුව ත්‍රිකෝණයේ XY හා XZ පාද බෙදන සමානුපාතයක් ලියා දක්වන්න.

XYZ ත්‍රිකෝණයේ AB // ZY

$$\therefore \quad \frac{XB}{BY} = \frac{XA}{AZ}$$

නිදසුන 5



රූපයේ දී ඇති තොරතුරු අනුව පාද බෙදන සමානුපාත යුගල් ලියා දක්වන්න.

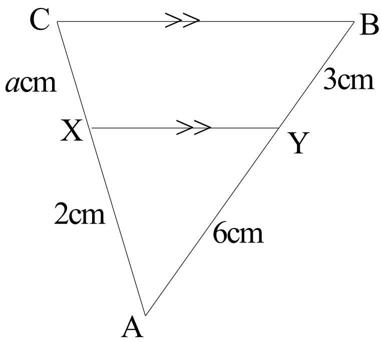
PQR ත්‍රිකෝණයේ PR // AB

$$\therefore \quad \frac{PA}{AQ} = \frac{RB}{BQ}$$

PQR ත්‍රිකෝණයේ XY // PQ

$$\therefore \quad \frac{PX}{XR} = \frac{QY}{YR}$$

නිදසුන 6 රූපයේ දී ඇති තොරතුරු අනුව a හි අගය සොයන්න.



ABC ත්‍රිකෝණයේ CB // XY

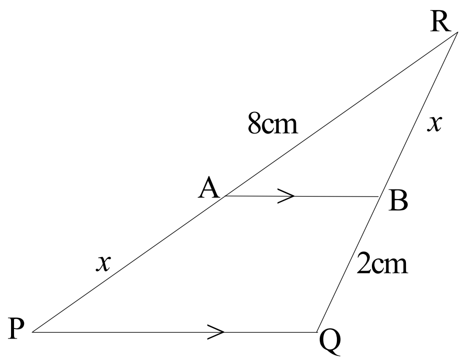
$$\therefore \frac{AX}{XC} = \frac{AY}{YB}$$

$$\frac{2}{a} = \frac{6}{3}$$

$$6a = 6$$

$$a = 1$$

නිදසුන 7



රූපයේ දී ඇති තොරතුරු අනුව x හි අගය සොයන්න.

PQR ත්‍රිකෝණයේ AB // PQ

$$\therefore \frac{PA}{AR} = \frac{QB}{BR}$$

$$\frac{x}{8} = \frac{2}{x}$$

$$x^2 = 16$$

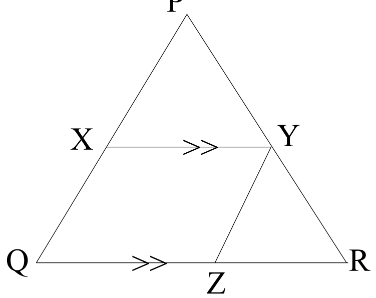
$$x = \sqrt{16}$$

$$x = 4$$

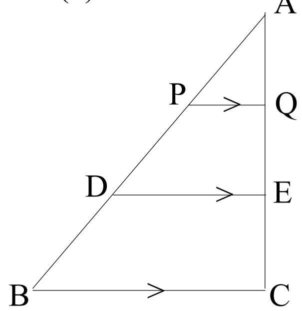
6.1.2 අභ්‍යාසය

1. පහත රූපසටහන්වල දැක්වෙන ත්‍රිකෝණයන්හි පාදයකට සමාන්තර ලෙස අඳින ලද රේඛාවලින් ඉතිරි පාද දෙක බෙදනු ලබන සමානුපාත ලියා දක්වන්න.

(a)

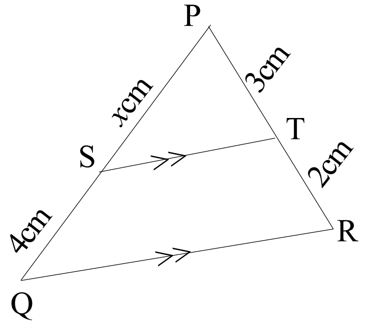


(b)

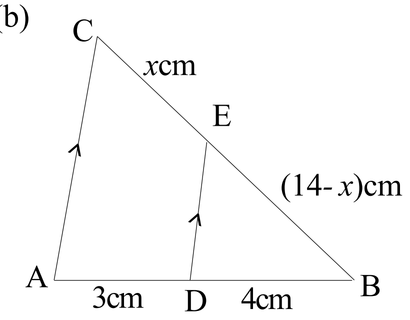


2. පහත දැක්වෙන එක් එක් රූපය ඇසුරින් x හි අගය සොයන්න.

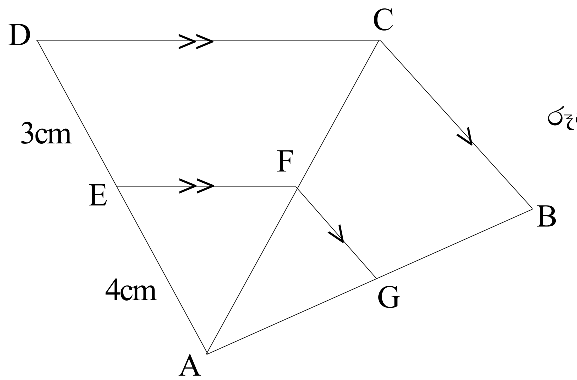
(a)



(b)



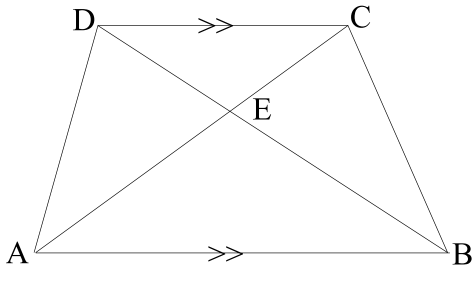
3.



රූපසටහන ඇසුරින් $\frac{AG}{GB}$ හි අගය සොයන්න.

4. රූපයෙහි දැක්වෙන ABCD ත්‍රපීසියමෙහි AB // DC වෙයි. AC හා BD විකර්ණ E හි දී හමුවෙයි.

$\frac{AE}{EC} = \frac{BE}{ED}$ බව සාධනය කරන්න.

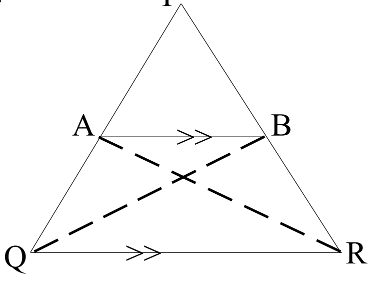


ඉහත ප්‍රමේයය විධිමත් ලෙස සාධනය කරමු.

දත්තය : PQR ත්‍රිකෝණයේ AB // PR

සා.ක.යු. : $\frac{PA}{AQ} = \frac{PB}{BR}$

නිර්මාණය : AR හා BQ යා කිරීම



සාධනය : $\dfrac{PBA\Delta}{ABQ\Delta}=\dfrac{PA}{AQ}$ (PAB හා ABQ එකම සරල රේඛාව මත ආධාරක පිහිටි B පොදු ශීර්ෂය වූ ත්‍රිකෝණ දෙකකි.)

$\dfrac{PBA\Delta}{ABR\Delta}=\dfrac{PB}{BR}$ (PBA හා BAR එකම සරල රේඛාව මත ආධාරක පාද පිහිටි Aපොදු ශීර්ෂය වූ ත්‍රිකෝණ දෙකකි)

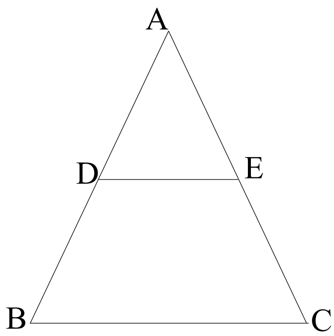
නමුත් $ABQ\Delta=ABR\Delta$ (AB එකම ආධාරකය හා AB // QR)

$\therefore \quad \dfrac{PBA\Delta}{ABQ\Delta}=\dfrac{PBA\Delta}{BAR\Delta}$

$\therefore \quad \dfrac{PA}{AQ}=\dfrac{PB}{BR}$

ප්‍රමේයයේ විලෝමය :
සරල රේඛාවක් මගින් ත්‍රිකෝණයක පාද දෙකක් සමානුපාතිකව බෙදෙයි නම් එම සරල රේඛාව ත්‍රිකෝණයේ ඉතිරි පාදයට සමාන්තර වේ.

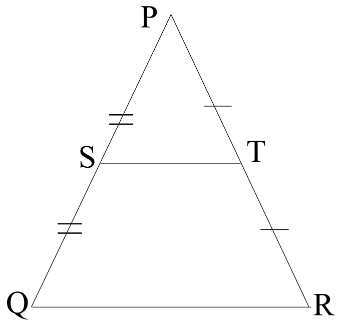
මෙම ප්‍රමේයයේ විලෝමය මගින් දැක්වෙන අදහස විස්තර කිරීමට පහත දැක්වෙන රූපය යොදා ගනිමු.



ABC ත්‍රිකෝණයක $\dfrac{AD}{DB}=\dfrac{AE}{EC}$ වන සේ පිළිවෙළින් D හා E ලක්ෂ්‍ය AB හා AC පාද මත පිහිටා ඇත. මෙසේ පිහිටන විට DE සරල රේඛාව, BC සරල රේඛාවට සමාන්තර බව ප්‍රකාශ වේ. (DE // BC)

නිදසුන 8

PQR ත්‍රිකෝණයේ PQ පාදයේ මධ්‍යලක්ෂ්‍යය S ද PR පාදයේ මධ්‍යලක්ෂ්‍යය T ද වෙයි. ST // QR බව පෙන්වන්න.



$$\frac{PS}{SQ}=1$$

$$\frac{PT}{TR}=1$$

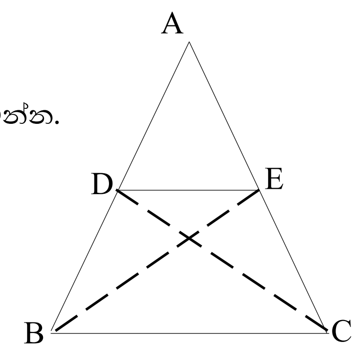
$$\therefore \quad \frac{PS}{SQ}=\frac{PT}{TR}$$

ප්‍රමේයයේ විලෝමය අනුව ST // QR

මධ්‍යලක්ෂ්‍ය ප්‍රමේයය අනුව මෙය තවදුරටත් තහවුරු වේ.

නිදසුන 9

ABC ත්‍රිකෝණයේ AB හා AC පාද දෙක $\frac{AD}{DB}=\frac{AE}{EC}$ වන සේ DE රේඛාවෙන් ඡේදනය වෙයි.



(i) $\frac{ADE\Delta}{DEB\Delta}$ අනුපාතය AD හා BD ඇසුරින් දක්වන්න.

(ii) $\frac{ADE\Delta}{EDC\Delta}$ අනුපාතය AE හා EC ඇසුරින් දක්වන්න.

(iii) එමගින් $DEB\Delta = DEC\Delta$ බව පෙන්වන්න.

(iv) එනයින් DE // BC බව පෙන්වන්න.

(i) $\frac{ADE\Delta}{DEB\Delta}=\frac{AD}{DB}$ (ADE හා DEB ත්‍රිකෝණ, AD හා DB ආධාරක එකම සරල රේඛාවක පිහිටන අතර E පොදු ශීර්ෂය වූ ත්‍රිකෝණ දෙකකි)

(ii) $\frac{ADE\Delta}{EDC\Delta}=\frac{AE}{EC}$ (ADE හා EDC ත්‍රිකෝණ AE හා EC ආධාරක එකම සරල රේඛාවක පිහිටන අතර E පොදු ශීර්ෂය වූ ත්‍රිකෝණ දෙකකි)

(iii) නමුත් $\frac{AD}{DB}=\frac{AE}{EC}$ දී ඇත.

$\therefore \quad \frac{ADE\ \Delta}{DEB\ \Delta} = \frac{ADE\ \Delta}{EDC\ \Delta}$

$DEB\ \Delta = EDC\ \Delta$

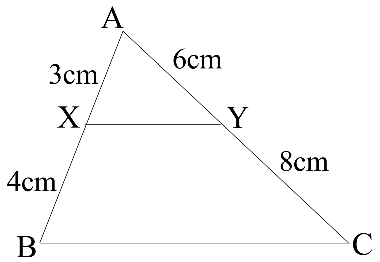
(iv) $DEB\ \Delta = EDC\ \Delta$

DE ආධාරකය හා DE ආධාරකයේ එකම පැත්තෙහි DEB හා DEC ත්‍රිකෝණ පිහිටයි.

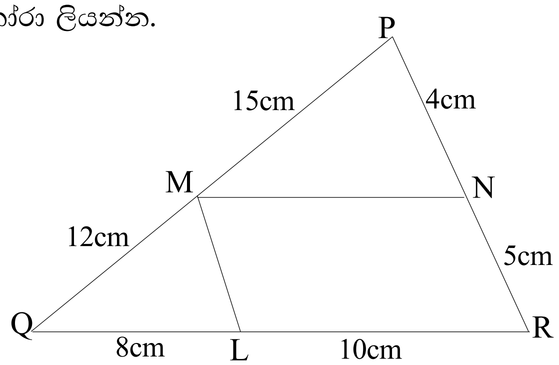
$\therefore \quad DE \,//\, BC$

6.1.3 අභ්‍යාසය

1. පහත රූපයේ දී ඇති තොරතුරු අනුව XY හා BC රේඛා සමාන්තර වේ ද? ඔබේ පිළිතුරට හේතු දක්වන්න.

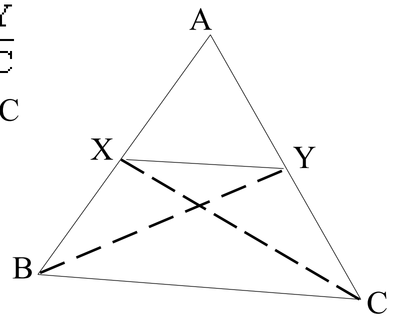


2. පහත රූපසටහනේ දී ඇති තොරතුරු අනුව, හේතු දක්වමින් සමාන්තර රේඛා යුගල් තෝරා ලියන්න.



3. ABCD චතුරස්‍රයේ BC < AD වන අතර AB හා DC රේඛා දික්කළ විට O හි දී හමු වේ. AB = CD හා BO = OC වේ නම් හේතු දක්වමින් රූපයේ දැක්වෙන සමාන්තර රේඛා යුගලක් නම්කරන්න.

ප්‍රමේයයේ විලෝමය සාධනය



දත්තය : ABC ත්‍රිකෝණයේ $\frac{AX}{XB}=\frac{AY}{YC}$

වන සේ AB පාදය මත X ද AC

පාදය මත Y ද පිහිටා ඇත.

සා.ක.යු. : XY // BC

නිර්මාණය : XC හා YB යා කිරීම

සාධනය : AXY හා XYB ත්‍රිකෝණවල

$\frac{AXY\Delta}{XYB\Delta}=\frac{AX}{XB}$ (AXY හා XYB ත්‍රිකෝණ, ආධාරක එකම සරල රේඛාවෙහි ද පොදු ශීර්ෂය Y වූ ද ත්‍රිකෝණ දෙකකි)

AXY හා XYC ත්‍රිකෝණවල

$\frac{AXY\Delta}{XYC\Delta}=\frac{AY}{YC}$ (AXY හා XYC ත්‍රිකෝණ, ආධාරක එකම සරල රේඛාවෙහි ද පොදු ශීර්ෂය X වූ ද ත්‍රිකෝණ දෙකකි)

නමුත් $\frac{AX}{XB}=\frac{AY}{YC}$

$\therefore \quad \frac{AXY\Delta}{XYB\Delta}=\frac{AXY\Delta}{XYC\Delta}$

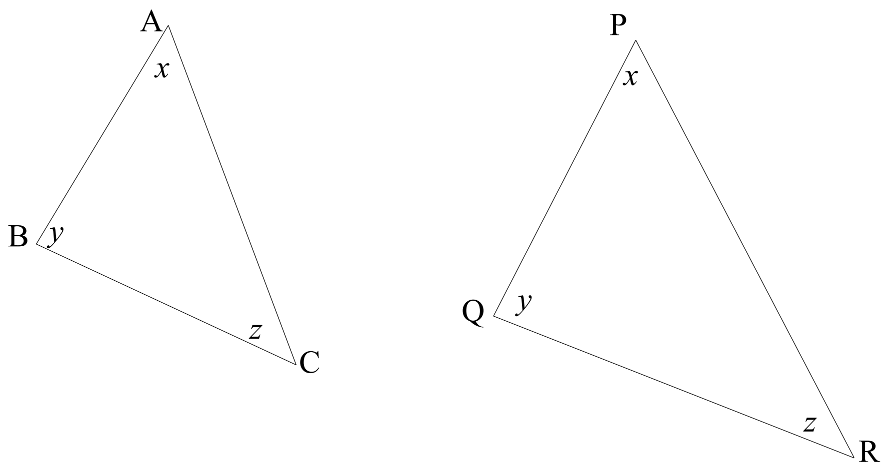
$\therefore \quad XYB\Delta = XYC\Delta$

XYB හා XYC ත්‍රිකෝණ, XY එකම ආධාරකය හා XY රේඛාවට එකම පැත්තේවූ ත්‍රිකෝණ දෙකකි.

$\therefore$ XY // BC

6.2 සමකෝණික ත්‍රිකෝණ

එක ත්‍රිකෝණයක කෝණ 3ක් තවත් ත්‍රිකෝණයක කෝණ තුනට සමාන වේ නම් එම ත්‍රිකෝණ සමකෝණික ත්‍රිකෝණ නම් වේ.



ABC හා PQR ත්‍රිකෝණවල

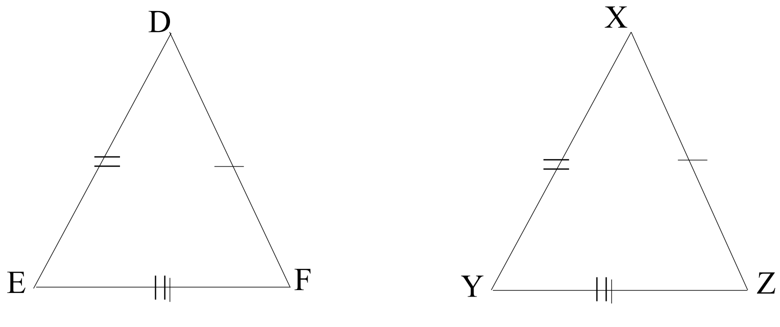
$\hat{A} = \hat{P}$

$\hat{B} = \hat{Q}$ වේ.

$\hat{C} = \hat{R}$

එබැවින් ABC ත්‍රිකෝණය හා PQR ත්‍රිකෝණය සමකෝණික ත්‍රිකෝණ වෙයි.

දැන් පහත දැක්වෙන DEF හා XYZ ත්‍රිකෝණ දෙක සලකමු.



DEF හා XYZ ත්‍රිකෝණයන්හි තොරතුරු රූපයේ දක්වා ඇත.

ඒ අනුව DE = XY

EF = YZ

DF = ZX වේ.

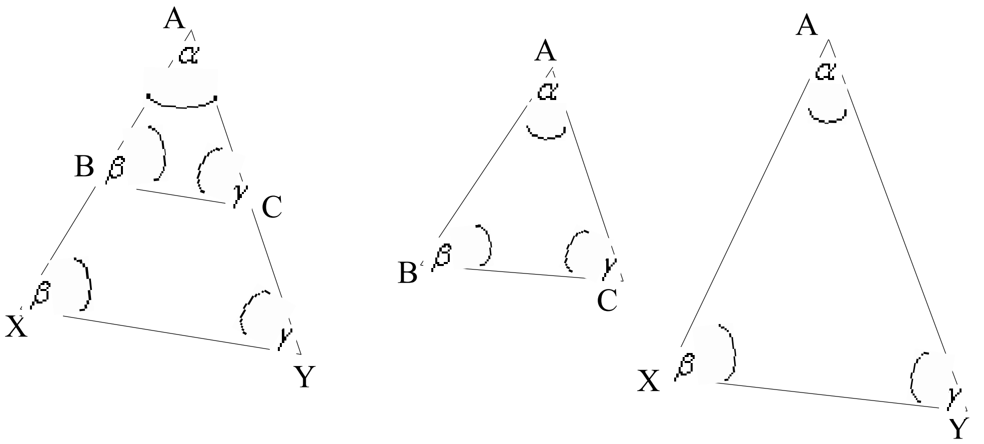
$\therefore$ DEF$\Delta \equiv$ XYZΔ (පා. පා. පා)

$\therefore F\hat{D}E = Z\hat{X}Y$, $D\hat{E}F = X\hat{Y}Z$, හා $E\hat{F}D = Y\hat{Z}X$ වෙයි.

එබැවින් අංගසම ත්‍රිකෝණ දෙකක එක් ත්‍රිකෝණයක කෝණ තුන අනිත් ත්‍රිකෝණයෙහි කෝණ තුනට සමාන වේ. ඒ අනුව අංගසම ත්‍රිකෝණ සමකෝණික ත්‍රිකෝණ වෙයි.

අංගසම ත්‍රිකෝණ සැමවිට ම සමකෝණික ත්‍රිකෝණ වෙයි.

පහත රූපසටහන සලකමු.



ABC හා AXY ත්‍රිකෝණවල

$$C\hat{A}B=\alpha=Y\hat{A}X$$
$$A\hat{B}C=\beta=A\hat{X}Y$$
$$B\hat{C}A=\gamma=X\hat{Y}A$$

ABC ත්‍රිකෝණයේ A, B, C කෝණ තුන පිළිවෙළින් AXY ත්‍රිකෝණයේ A, X, Y කෝණ තුනට සමාන වුව ද අනුරූප පාද සමාන නැති බව පෙනේ. එනම් ත්‍රිකෝණවලට සමාන රූපයක් ඇතත් ප්‍රමාණයෙන් වෙනස් ය. එබැවින් සමකෝණික ත්‍රිකෝණ සැමවිට ම අංගසම නොවේ.

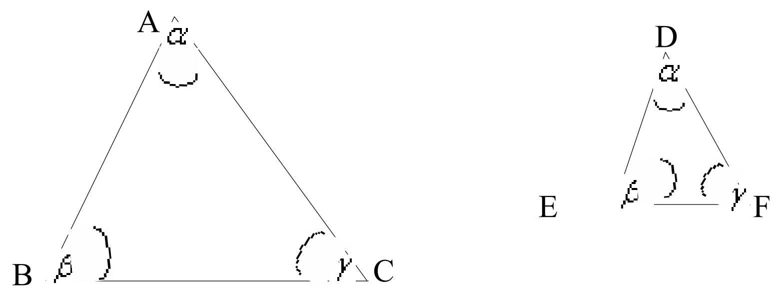
සමකෝණික ත්‍රිකෝණ සැමවිට ම අංගසම නොවේ.

සමකෝණික ත්‍රිකෝණ හැඩයෙන් සමානවන නිසා සමරූපී ත්‍රිකෝණ ලෙස ද සැලකේ.

ප්‍රමේයය :

ත්‍රිකෝණ දෙකක් සමකෝණික වේ නම් එම ත්‍රිකෝණවල අනුරූප පාද සමානුපාතික වේ.

ප්‍රමේයයේ අන්තර්ගත කරුණු විමසීමට රූපසටහනක් යොදා ගනිමු.



අනුරූප පාද තෝරා ගැනීමේ දී එක් එක් ත්‍රිකෝණයේ සමාන කෝණවලට සම්මුඛ පාදය තෝරාගත යුතු ය.

ABC හා DEF ත්‍රිකෝණ සමකෝණික ත්‍රිකෝණ බැවින් අනුරූප පාද සමානුපාතික වේ.

ත්‍රිකෝණ දෙකෙහි අනුරූප පාද යුගල්

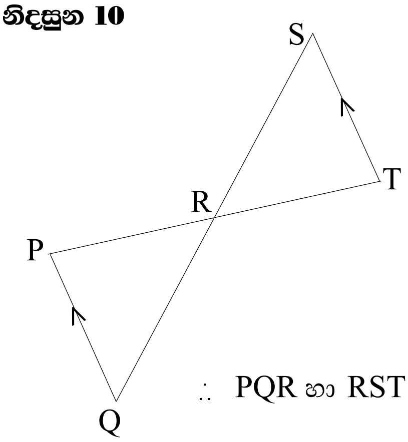
AB හා DE

BC හා EF

CA හා FD වේ.

ප්‍රමේයයෙන් දැක්වෙන සම්බන්ධතාව $\frac{AB}{DE}=\frac{BC}{EF}=\frac{CA}{FD}$ ලෙස දැක්විය හැකි ය.

නිදසුන 10



PQR හා RST සමකෝණික ත්‍රිකෝණ බව පෙන්වා පාද අතර සමානුපාතය ලියන්න.

PQR හා RST ත්‍රිකෝණවල

$R\hat{P}Q=R\hat{T}S$ (ඒකාන්තර කෝණ)

$Q\hat{R}P=S\hat{R}T$ (ප්‍රතිමුඛ කෝණ)

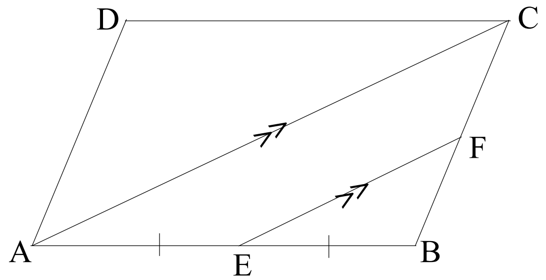
$P\hat{Q}R=R\hat{S}T$ (ඒකාන්තර කෝණ)

$\therefore$ PQR හා RST සමකෝණික ත්‍රිකෝණ වේ.

$\therefore$ පාද අතර අනුපාතයන් $\frac{PQ}{ST}=\frac{QR}{RS}=\frac{PR}{RT}$

නිදසුන 11

ABCD සමාන්තරාස්‍රයේ AB පාදයේ මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය E වේ. AC විකර්ණයට සමාන්තරව E හරහා අඳින ලද රේඛාවට BC පාදය F හි දී හමු වේ. $EF=\frac{1}{2}AC$ බව පෙන්වන්න.



ABC හා EBF ත්‍රිකෝණවල

$C\hat{A}B=F\hat{E}B$ (අනුරූප කෝණ)

$A\hat{C}B=E\hat{F}B$ (අනුරූප කෝණ)

$A\hat{B}C$ ත්‍රිකෝණ දෙකට ම පොදුයි

$\therefore$ ABC හා EBF ත්‍රිකෝණ සමකෝණික ත්‍රිකෝණ වේ.

$$\therefore \frac{AC}{EF}=\frac{AB}{EB}=\frac{BC}{BF}$$

$$\therefore \frac{AC}{EF}=\frac{AB}{EB}$$

නමුත් AE = EB

$$\therefore EB=\frac{1}{2}AB$$

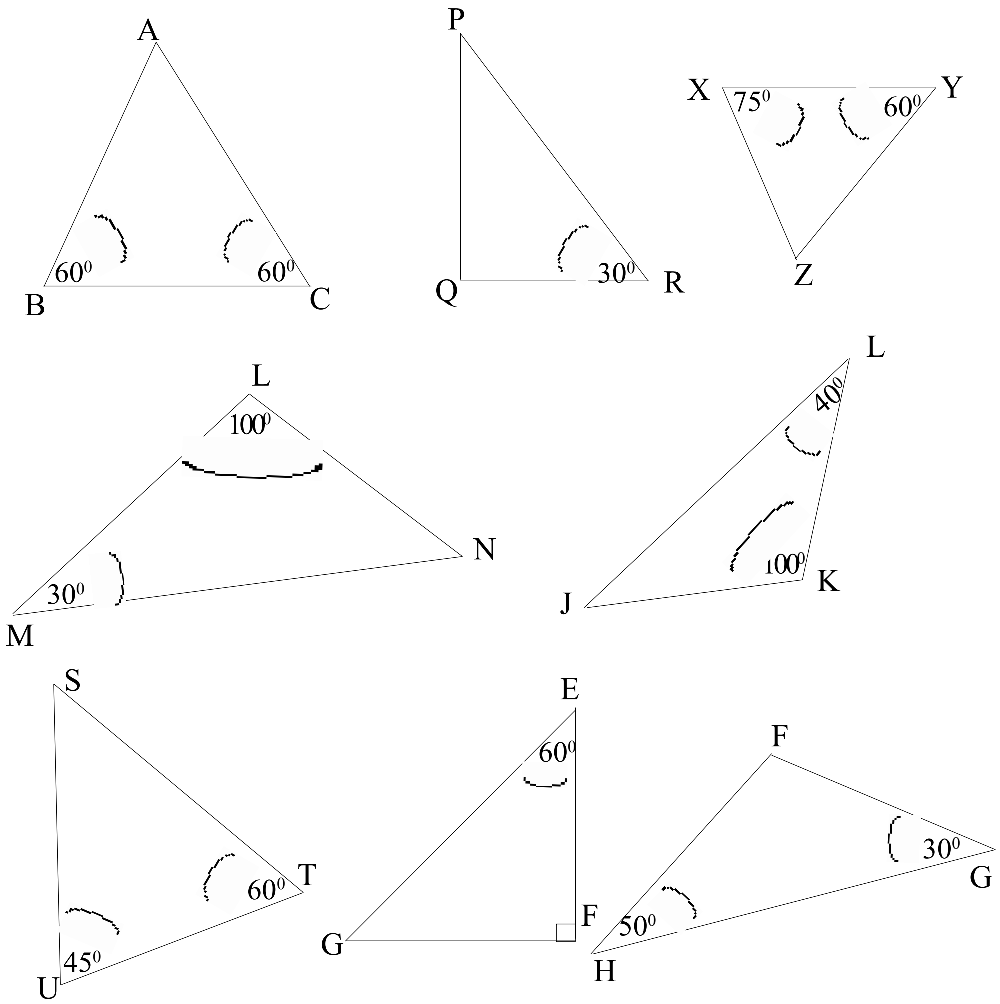
$$\frac{AC}{EF}=\frac{AB}{\frac{1}{2}AB}$$

$$\frac{AC}{EF}=2$$

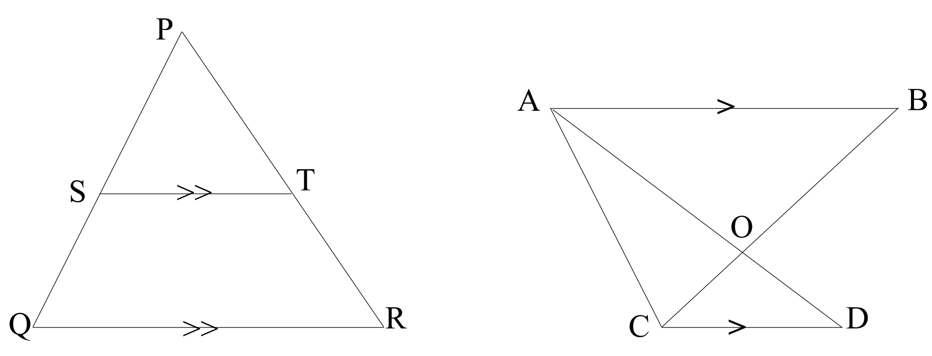
$$\therefore EF=\frac{1}{2}AC$$

6.2 අභ්‍යාසය

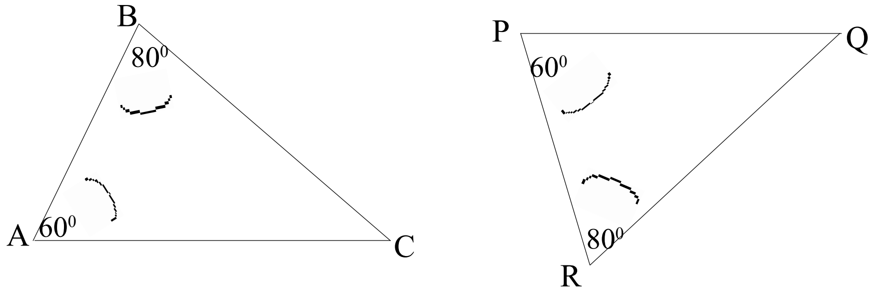
(1) පහත ත්‍රිකෝණ අතරින් සමකෝණික ත්‍රිකෝණ යුගල තෝරා ලියන්න.



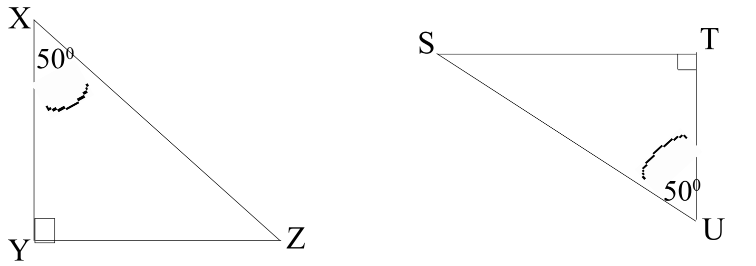
(2) පහත රූපසටහන්වල ඇති සමකෝණික ත්‍රිකෝණ යුගල නම් කරන්න.



(3) ABC හා PQR ත්‍රිකෝණ සමකෝණික ත්‍රිකෝණ යුගලකි. එහි අනුරූප පාද අතර සමානුපාතයන් සියල්ලම ලියන්න.



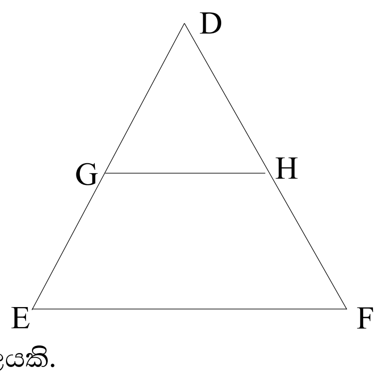
(4)



(i) රූපයේ දැක්වෙන XYZ හා STU ත්‍රිකෝණ සමකෝණික බව හේතු දක්වමින් පෙන්වන්න.

(ii) එම ත්‍රිකෝණ දෙකෙහි අනුරූප පාද අතර සමානුපාතයන් ලියන්න.

(5) දී ඇති රූපසටහන ඇසුරු කර ගනිමින් හිස්තැන් සම්පූර්ණ කරන්න.



මෙහි ඇති ත්‍රිකෝණ දෙක .... හා .... වේ.

$D\hat{G}H=$.............. (අනුරූප කෝණ)

$D\hat{H}G=D\hat{F}E$ (............. ....)

$E\hat{D}F=$................ (පොදු කෝණය)

$\therefore$ DGH හා DEF .... ත්‍රිකෝණ යුගලයකි.

සමකෝණික ත්‍රිකෝණවල අනුරූප පාද සමානුපාතිකවන බැවින්

$$\frac{DG}{DE}=\frac{\ldots\ldots\ldots}{DF}=\frac{\ldots\ldots\ldots}{\ldots\ldots\ldots}$$

(6) ABC ත්‍රිකෝණයේ BC හා XY සමාන්තර වන සේ AB හා AC පාද මත X හා Y ලක්ෂ්‍ය ලකුණු කර තිබේ.

(i) AX = 4cm, XB = 6cm හා AY = 8cm නම් YC දිග සොයන්න.

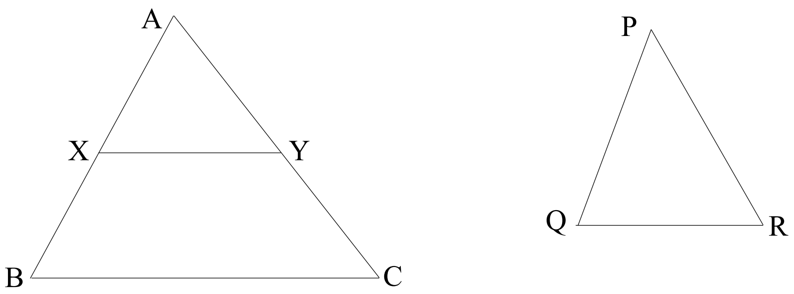
(ii) AX = 21cm, AB = 30cm හා AY = 14cm නම් AC දිග සොයන්න.

(7) PQRS ත්‍රපීසියමේ PQ // RS වේ. PR හා QS විකර්ණ X හි දී එකිනෙක ඡේදනය වේ. PQ = 1.2cm, PX = 1.6cm , XR = 2.4cm නම්

(i) RS දිග සොයන්න.

(ii) QX = 1.8cm නම් SX දිග සොයන්න.

ප්‍රමේයය විධිමත්ව සාධනය කරමු.



දත්තය : ABC හා PQR ත්‍රිකෝණ දෙකෙහි

$B\hat{A}C = Q\hat{P}R$ ද

$C\hat{B}A = R\hat{Q}P$ ද

$B\hat{C}A = Q\hat{R}P$ ද වේ.

සා.ක.යු. : $\dfrac{AB}{PQ} = \dfrac{BC}{QR} = \dfrac{AC}{RP}$ බව

නිර්මාණය : AX = PQ වන සේ AB මත X ලක්ෂ්‍යය ද, AY = PR වන සේ AC මත Y ලක්ෂ්‍යය ද ලකුණු කර X හා Y යා කරන්න.

සාධනය : AXY හා PQR ත්‍රිකෝණවල

AX = PQ

$X\hat{A}Y = Q\hat{P}R$

AY = PR

$\therefore AXY\Delta \equiv PQR\Delta$ (පා. කෝ. පා)

$\therefore A\hat{X}Y = P\hat{Q}R$

නමුත් $P\hat{Q}R = A\hat{B}C$ (දත්තය)

$\therefore A\hat{X}Y = A\hat{B}C$

XY // BC ($A\hat{X}Y = A\hat{B}C$ අනුරූප කෝණ)

$$\therefore \frac{AX}{XB} = \frac{AY}{YC} \qquad \frac{BX}{XA} = \frac{CY}{YA}$$

$$\therefore \frac{BX}{XA} + 1 = \frac{CY}{YA} + 1$$

$$\frac{BX+XA}{XA} = \frac{CY+YA}{YA}$$

$$\frac{BA}{XA} = \frac{CA}{YA}$$

එහෙත් XA = QP (නිර්මාණය)

YA = RP (නිර්මාණය)

$$\therefore \frac{AB}{PQ} = \frac{AC}{PR}$$

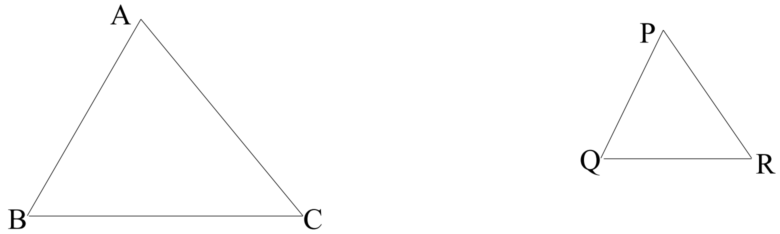
එසේම $\frac{AB}{PQ} = \frac{BC}{QR}$ වේ.

$\therefore \frac{AB}{PQ} = \frac{BC}{QR} = \frac{AC}{RP}$ වේ.

ප්‍රමේයයේ විලෝමය :

ත්‍රිකෝණ දෙකක අනුරූප පාද සමානුපාතික නම් එම ත්‍රිකෝණ දෙක සමකෝණික වෙයි.

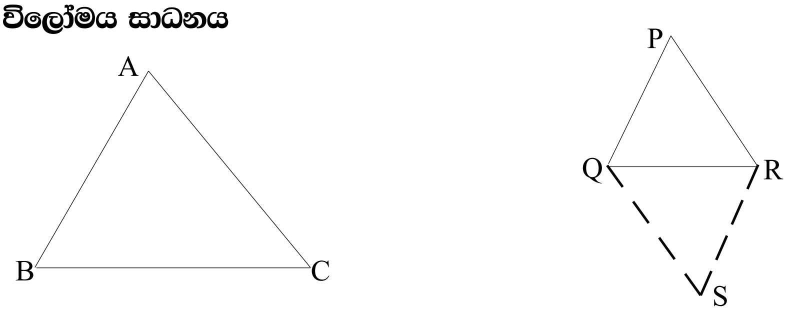
මෙම ප්‍රමේයය රූපසටහනකින් විස්තර කරමු.



ABC ත්‍රිකෝණයේ හා PQR ත්‍රිකෝණයේ අනුරූප පාද සමානුපාතික වේ.

එනම් $\frac{AB}{PQ}=\frac{BC}{QR}=\frac{CA}{RS}$ වේ නම් ABC හා PQR ත්‍රිකෝණ දෙක සමකෝණික ත්‍රිකෝණ වෙයි. ඒ අනුව ABC ත්‍රිකෝණයේ හා PQR ත්‍රිකෝණයේ $\hat{A}=\hat{P}$ ද $\hat{B}=\hat{Q}$ ද $\hat{C}=\hat{R}$ ද වෙයි.

ප්‍රමේයයේ විලෝමය සාධනය



දත්තය : ABC හා PQR යනු $\frac{AB}{PQ}=\frac{BC}{QR}=\frac{CA}{RP}$ වන සේ පාද ඇති ත්‍රිකෝණ දෙකකි.

සා.ක.යු : ABC හා PQR ත්‍රිකෝණ සමකෝණික බව.

නිර්මාණය : $R\hat{Q}S=\hat{B}$ ද $Q\hat{R}S=\hat{C}$ ද වන සේ QR රේඛාවෙහි P ට විරුද්ධ පැත්තෙහි QRS ත්‍රිකෝණය ඇඳීම.

සාධනය : ABC හා QRS ත්‍රිකෝණවල

$R\hat{Q}S=\hat{B}$

$Q\hat{R}S=\hat{C}$

$Q\hat{S}R=\hat{A}(180^0-\hat{B}-\hat{C})$

$\therefore$ ABC හා QRS සමකෝණික ත්‍රිකෝණ වෙයි.

$$\therefore \frac{AB}{QS}=\frac{BC}{QR}=\frac{CA}{SR}$$

නමුත් $\frac{AB}{PQ}=\frac{BC}{QR}=\frac{CA}{RP}$

$$\therefore \frac{BC}{QR}=\frac{AB}{QS}$$

$$\frac{BC}{QR} = \frac{AB}{PQ}$$

$\therefore$ QS = PQ

එසේ ම $\frac{BC}{QR} = \frac{CA}{SR}$

$$\frac{BC}{QR} = \frac{CA}{RP}$$

$\therefore$ SR = QR

PQR හා QSR ත්‍රිකෝණවල

QS = QP

SR = RP

QR = QR

$\therefore PQR\Delta \equiv QSR\Delta$

$\therefore R\hat{Q}S = R\hat{Q}P$

$S\hat{R}Q = Q\hat{R}P$

$Q\hat{S}R = Q\hat{P}R$

නමුත් $\hat{B} = R\hat{Q}S$ (නිර්මාණය)

$\hat{C} = Q\hat{R}S$

$R\hat{Q}P = \hat{B}$

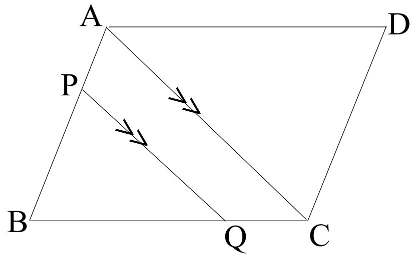
$Q\hat{R}P = \hat{C}$

$Q\hat{P}R = \hat{A}$ $(180 - \hat{B} - \hat{C})$

$\therefore$ ABC හා PQR ත්‍රිකෝණ සමකෝණික ත්‍රිකෝණ වේ.

6. මිශ්‍ර අභ්‍යාසය

1.



ABCD සමාන්තරාස්‍රයේ AC විකර්ණයට සමාන්තර ලෙස PQ රේඛාව ඇඳ තිබේ.

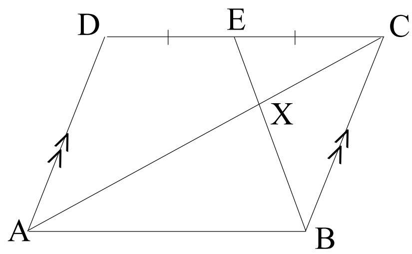
(i) ABC හා PBQ ත්‍රිකෝණ සමකෝණික බව පෙන්වන්න.

(ii) එමගින් AC . BQ = BC . PQ බව පෙන්වන්න.

2. ABCD සමාන්තරාස්‍රයකි. CD පාදයේ මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය E වෙයි. AC පාදයට BE හමුවන්නේ X හි දී ය.

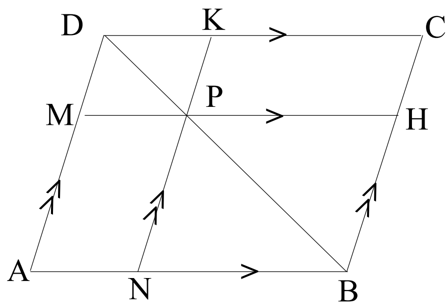
(i) $AXB\,\Delta$ හා $CXE\,\Delta$ සමකෝණික ත්‍රිකෝණ බව පෙන්වන්න.

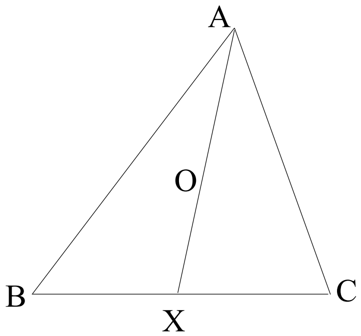
(ii) එමගින් $AX = \frac{2}{3}AC$ බව ද පෙන්වන්න.



3. ABCD යනු සමාන්තරාස්‍රයකි. P යනු BD විකර්ණය මත වූ ලක්ෂ්‍යයකි. AD // NPK වන සේ P හරහා NK රේඛාව ද AB // MPH වන සේ P හරහා MH රේඛාව ද ඇඳ ඇත.

PK . PH = PM . PN බව පෙන්වන්න.



4. 

X යනු BC මත පිහිටි ලක්ෂ්‍යයකි. O යනු AX රේඛාව මත පිහිටි ලක්ෂ්‍යයකි. $\frac{BX}{XC} = \frac{2}{3}$ හා $\frac{XO}{OA} = \frac{4}{3}$ වෙයි.

(i) $OBC\Delta = \frac{3}{7} ABC\Delta$ බව

(ii) $OBX\Delta = \frac{2}{5} BOC\Delta$ බව

පෙන්වන්න.

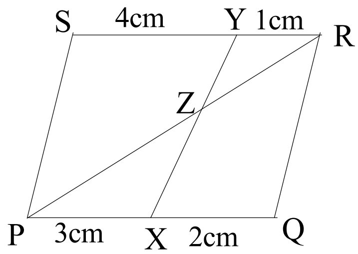
5. ABCD ත්‍රපිසියමෙහි AB // DC වෙයි. මෙහි AB දිග > DC දිග වේ. AC හා BD විකර්ණ E හි දී හමුවෙයි. දික්කරන ලද AD හා BC පාද E හි දී හමුවෙයි. EF යා කොට ඇත.

(i) ADE Δ හා BCE Δ සමකෝණික බව

(ii) DEF Δ හා CEF Δ සමකෝණික බව

සාධනය කරන්න.

6. PQRS සමාන්තරාස්‍රයකි.



$\frac{PX}{XQ} = \frac{3}{2}$, $\frac{RY}{YS} = \frac{4}{1}$ වන සේ X හි දී PQ ද Y හි දී RS ද බෙදා තිබේ. Z හි දී XY ට PR හමුවෙයි නම්

(i) PXZ හා YZR ත්‍රිකෝණ සමකෝණික ත්‍රිකෝණ වන බව

(ii) $\frac{PZ}{PR} = \frac{2}{7}$ බව ද

පෙන්වන්න.

7. ABCD යනු AB // DC ද AB = 2 CD ද වූ ත්‍රපීසියමකි. AC හා BD විකර්ණ E හි දී හමු වේ. දික්කරන ලද P\AD හා BC පාද F හි දී හමු වේ.

(i) AEB හා DEC ත්‍රිකෝණ සමකෝණික බව පෙන්වන්න.

(ii) $CE = \frac{1}{3} AC$ බව සාධනය කරන්න.

(iii) DF = AD බව සාධනය කරන්න.

8. ABCD සමාන්තරාස්‍රයකි. BD පාදය X හි දී ද BC පාදය Y හි දී ද දික්කල DC පාදය Z හි දී ද හමුවන සේ A සිට සරල රේඛාවක් ඇඳ තිබේ.

(i) AXB හා BXZ සමකෝණික ත්‍රිකෝණ බව

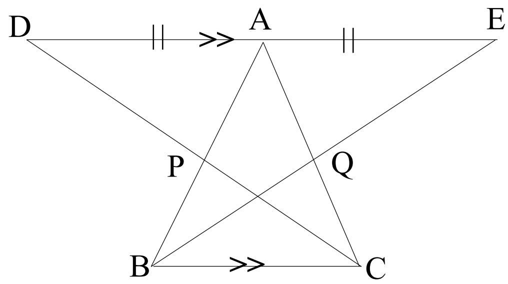
(ii) ABY හා ADZ සමකෝණික ත්‍රිකෝණ බව

(iii) ADX හා BXY සමකෝණික ත්‍රිකෝණ බව

(iv) $\frac{AX}{XZ} = \frac{AY}{AZ}$ බව

පෙන්වන්න.

9. ABC ත්‍රිකෝණයකි. A ශීර්ෂය හරහා BC ට සමාන්තර ලෙස ද DA = AE වන සේ DAE සරල රේඛාව ඇඳ තිබේ. CD රේඛාව AB පාදය P හි දී ද BE රේඛාව AC පාදය Q හි දී ද ඡේදනය කරයි.



(i) DAP හා BPC සමකෝණික ත්‍රිකෝණ බව

(ii) AEQ හා BQC සමකෝණික ත්‍රිකෝණ බව

(iii) එමගින් $\frac{AP}{PB} = \frac{AQ}{QC}$ බව

(iv) PQ // BC බව

පෙන්වන්න.

10. ABC යනු $B\hat{A}C = 90^0$ ලෙස ඇති ත්‍රිකෝණයකි. A සිට BC ට ඇඳි ලම්බය AD වෙයි.

(i) $BD = \frac{AB^2}{BC}$ බව

(ii) $CD = \frac{CA^2}{BC}$ බව

(iii) $\frac{BD}{DC} = \frac{AB^2}{AC^2}$ බව

පෙන්වන්න.

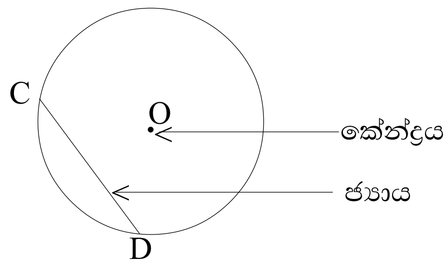
7. වෘත්තයක ජ්‍යාය

මෙම පාඩම හැදෑරීමෙන් පසු ඔබට

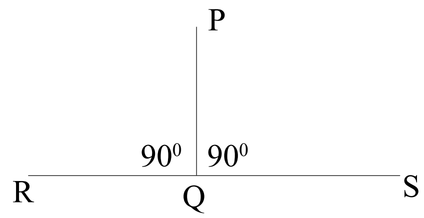
- වෘත්තයක ජ්‍යාය හඳුනා ගැනීමට
- වෘත්තයක ජ්‍යායක මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය කේන්ද්‍රයට යා කරන රේඛාව ජ්‍යායට ලම්බ වේ යන ප්‍රමේය විධිමත්ව සාධනයට හා එය භාවිතයෙන් ගැටලු විසඳීමට
- වෘත්තයක කේන්ද්‍රයේ සිට ජ්‍යායට අඳින ලද ලම්බයෙන් ජ්‍යාය සමච්ඡේද වේ යන ප්‍රමේයය හඳුනා ගැනීමට හා එය භාවිතයෙන් ගටලු විසඳීමට

හැකියාව ලැබෙනු ඇත.

7.1 වෘත්තයක ජ්‍යාය



වෘත්තයේ ලක්ෂ්‍ය දෙකක් යා කර අඳිනු ලබන සරල රේඛාව ජ්‍යායක් ලෙස හැඳින් වේ.



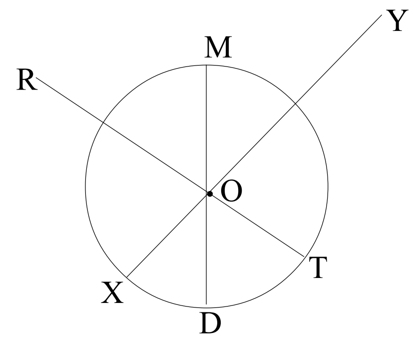
$P\hat{Q}R = P\hat{Q}S = 90^0$ නම්

$PQ \perp RS$ වේ.

මින් අදහස් වනුයේ PQ , RS ට ලම්බ බවයි.

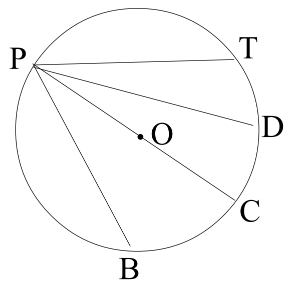
7.1 අභ්‍යාසය

(1)



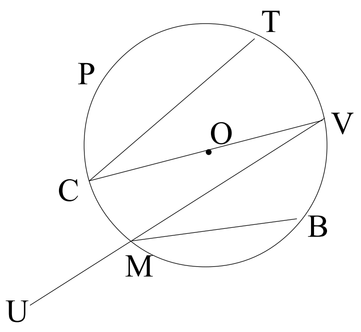
දී ඇති රූපයේ O යනු වෘත්තයේ කේන්ද්‍රය වේ. RT, XY, MD සරල රේඛා ඛණ්ඩ, විෂ්කම්භ වේ ද නොවේ ද යන්න සඳහා හේතු දක්වන්න.

(2)



දී ඇති රූපයේ වෘත්තයේ කේන්ද්‍රය O වේ. PT, PD, PB හා PC සරල රේඛා ඛණ්ඩ වෘත්තයේ ජ්‍යායන් වේ ද නොවේ ද යන්න හේතු දක්වමින් පෙන්වන්න.

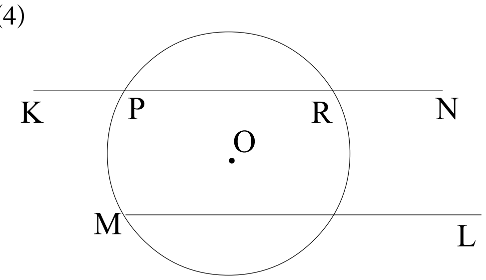
(3)



O යනු වෘත්තයේ කේන්ද්‍රය වේ. රූපයේ දැක්වෙන ජ්‍යායන් හා විෂ්කම්භ සියල්ල වගුවේ ඇතුළත් කරන්න.

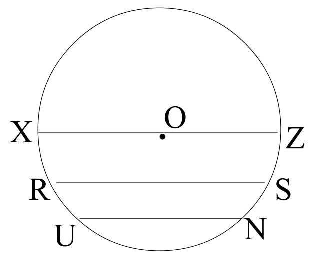
ජ්‍යායන්	විෂ්කම්භ

(4)



වෘත්තයේ කේන්ද්‍රය O වේ. PR, KR, KN හා ML ජ්‍යායන් වේ ද නොවේ ද යන්න හේතු දක්වමින් සනාථ කරන්න.

(5)

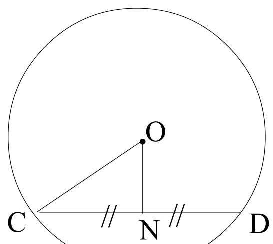


වෘත්තයේ කේන්ද්‍රය O වේ. UN, XZ, RS රේඛා ඛණ්ඩ ජ්‍යායන් ද විෂ්කම්භයන් ද යන්න හේතු දක්වමින් පහත වගුව පුරවන්න.

සරල රේඛා ඛණ්ඩය	ජ්‍යායක් / විෂ්කම්භයක්	හේතු
i.	....	....
ii.	....	....
iii.	....	....

7.2 වෘත්තයක ජ්‍යාය ආශ්‍රිත ප්‍රමේය

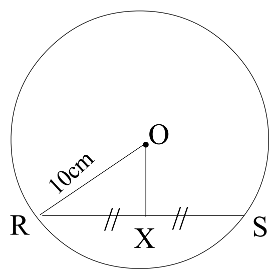
ප්‍රමේයය :
වෘත්තයක කේන්ද්‍රයේ සිට ජ්‍යායක මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යයට අඳිනු ලබන සරල රේඛාව ජ්‍යායට ලම්බ වේ.



රූපයේ දක්වා ඇත්තේ O කේන්ද්‍රය වූ වෘත්තයකි. CD ජ්‍යායයකි. ජ්‍යායයේ මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය N වේ. O හා N යා කර ඇත. CN = ND නම් $ON \perp CD$ වේ. එනම් ON රේඛාව CD ට ලම්බ බව ප්‍රකාශ වේ.

නිදසුන 1

O කේන්ද්‍රය වූ වෘත්තයේ අරය 10cm කි. RSහි දිග 16cm කි. RSහි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය X වේ. OX හි දිග සොයන්න.



$RX = XS$

$\therefore$ OX RS (ඉහත ප්‍රමේය අනුව)

$RX = \frac{1}{2} RS,$

$\therefore RX = 8cm \; [\because RS = 16cm]$

$OR^2 = RX^2 + OX^2$ (පයිතගරස් ප්‍රමේයය අනුව)

$10^2 = 8^2 + OX^2$

$10^2 - 8^2 = OX^2$

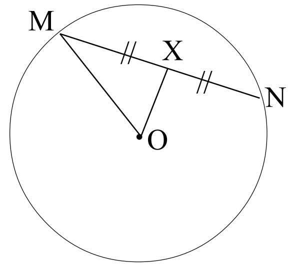
$OX^2 = 100 - 64$

$OX^2 = 36$

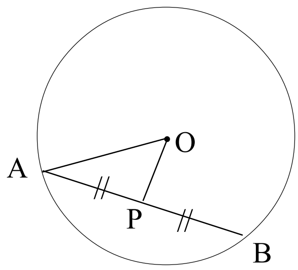
$OX = 6cm$

7.2 අභ්‍යාසය

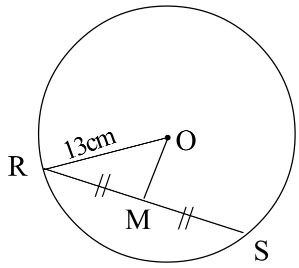
(1) O කේන්ද්‍රය වූ වෘත්තයේ MN ජ්‍යායකි. MNහි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය X වේ. MN = 12cm, OX = 8 cm නම් වෘත්තයේ අරය සොයන්න.



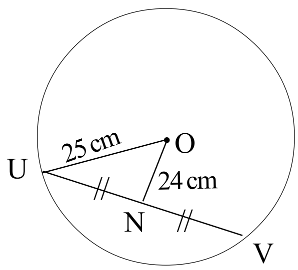
(2) O කේන්ද්‍රය වූ වෘත්තයේ අරය 13cm කි. AB ජ්‍යායේ මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය P වේ. OP = 5cm නම් ABහි දිග සොයන්න.



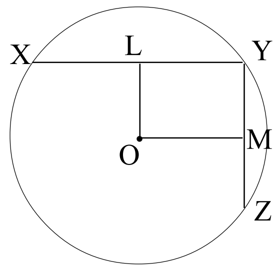
(3) O කේන්ද්‍රය වූ වෘත්තයේ RS ජ්‍යායේ දිග 24cm කි. RS හි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය M වේ. වෘත්තයේ අරය 13cm කි. OMහි දිග සොයන්න.



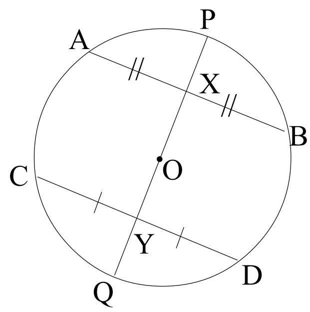
(4) O කේන්ද්‍රය වූ වෘත්තයේ අරය 25cm කි. UV ජ්‍යායේ මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය N වේ. ON හි දිග 24 cm කි. UV ජ්‍යායේ දිග සොයන්න.



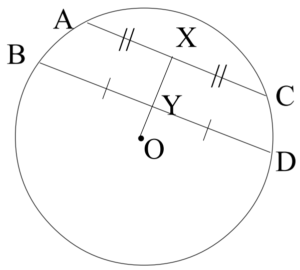
(5) O කේන්ද්‍රය වූ වෘත්තයකි. XY හා YZ ජ්‍යායන්හි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍ය පිළිවෙළින් L හා M වේ. LOMY චතුරස්‍රයේ සම්මුඛ කෝණ යුගල පරිපූරක බව පෙන්වන්න.



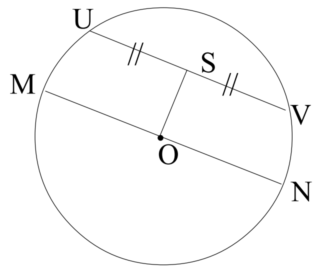
(6) PQ යනු O කේන්ද්‍රය වූ වෘත්තයේ විෂ්කම්භයකි. AB හා CD ජ්‍යායන් දෙකේ මධ්‍ය ලක්ෂ්‍ය පිළිවෙළින් X හා Y වේ. $A\hat{X}Y = X\hat{Y}D$ බව පෙන්වන්න.



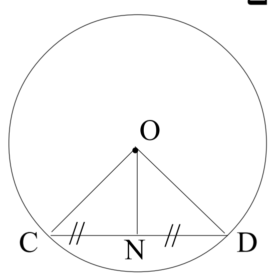
(7) O කේන්ද්‍රය වූ වෘත්තයේ AC හා BD ජ්‍යායන් දෙකකි. AC හා BD හි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යයන් X හා Y වේ. $A\hat{X}Y + B\hat{Y}X = 180^0$ බව පෙන්වන්න.



(8) O කේන්ද්‍රය වූ වෘත්තයේ UV ජ්‍යායකි. MN විශ්කම්භයකි. UV ජ්‍යායේ මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය S වේ. SO $\perp$ MN වේ. UV හා MN සමාන්තර බව පෙන්වන්න.



ඉහත භාවිත කළ ප්‍රමේයය විධිමත්ව සාධනය කරමු.



දත්තය : O කේන්ද්‍රය වූ වෘත්තයකි. CD ජ්‍යායකි. CDහි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය N වේ.

සාධනය කළ යුත්ත : ON $\perp$ CD

නිර්මාණය : OC හා OD යා කිරීම.

සාධනය : OCN හා ODN ත්‍රිකෝණ දෙකේ

CN = DN (CDහි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය N වේ)

OC = OD (එක ම වෘත්තයේ අරය)

ON = ON (පොදු පාදය)

$\therefore$ OCN $\Delta \equiv$ ODN Δ (පා.පා.පා. අවස්ථාව)

$\therefore\ O\hat{N}C = O\hat{N}D$

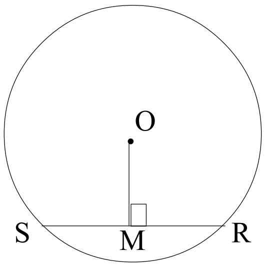
$O\hat{N}C + O\hat{N}D = 180^0$ (සරල රේඛාවක් මත බද්ධ කෝණ)

$\therefore\ O\hat{N}C = O\hat{N}D = 90^0$

$\therefore\ ON \perp CD$

ප්‍රමේයය :

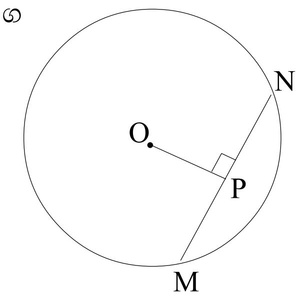
වෘත්තයක කේන්ද්‍රයේ සිට ජ්‍යායකට අඳිනු ලබන ලම්බයෙන් ජ්‍යාය සමච්ඡේද වේ.



වෘත්තයේ කේන්ද්‍රය O වේ. SR යනු ජ්‍යායකි. $OM \perp SR$ නම් SM = MR වේ.

නිදසුන 2

රූපයේ දැක්වෙන්නේ O කේන්ද්‍රය වූ වෘත්තයකි. MN ජ්‍යායකි. $OP \perp MN$, MN = 12cm. MP හි දිග සොයන්න.



$OP \perp MN$ (ඉහත ප්‍රමේයය අනුව)

$\therefore$ MP = PN

$\therefore$ MP $= \frac{1}{2}$ MN

$\therefore$ $MP = \frac{1}{2} \times 12$ ($\because MN = 12cm$)

$\therefore$ $MP = 6cm$

7.3 අභ්‍යාසය

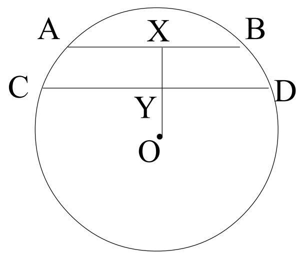
(1) O කේන්ද්‍රය වූ වෘත්තයක AB ජ්‍යායකි. X ලක්ෂ්‍යය AB මත පිහටයි. $OX \perp AB$ $AB = 8cm$ $OX = 3cm$. වෘත්තයේ අරය සොයන්න.

(2) O කේන්ද්‍රය වූ වෘත්තයේ අරය 10cm කි. MN හා CD එහි අඳිනු ලබන ජ්‍යා දෙකකි. $MN = 16cm$, $CD = 12cm$. $OX \perp MN$ හා $OY \perp CD$ වේ. X හා Y ලක්ෂ්‍යයන් පිළිවෙළින් MN හා CD මත පිහිටයි. කේන්ද්‍රයේ සිට එක් එක් ජ්‍යායට ඇති ලම්බ දුර සොයන්න. කේන්ද්‍රයට, වඩා ආසන්න කවර ජ්‍යාය ද?

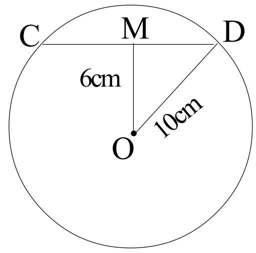
(3) AB හා CD යනු O කේන්ද්‍රය වූ වෘත්තයකට ඇඳි ජ්‍යා දෙකකි. ඒවාට කේන්ද්‍රයේ සිට ලම්බ OX හා OY වේ. වෘත්තය් අරය 20cm කි. $AB = 24cm$ හා $CD = 32cm$ වේ.

(i) OX හා OY හි දිග සොයන්න.

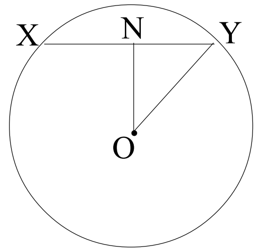
(ii) ජ්‍යා දෙක අතර දුර සොයන්න.



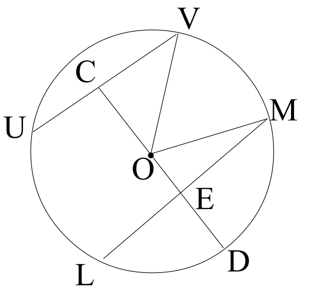
(4) O කේන්ද්‍රය වූ වෘත්තයේ CD ජ්‍යායකි. $OM \perp CD$ සහ $OD = 10cm$ කි. CD හි දිග සොයන්න.



(5) O කේන්ද්‍රය වූ වෘත්තයේ XY ජ්‍යායකි. ON XY, XY = 24cm හා වෘත්තයේ අරය 15cm කි. ON හි දිග සොයන්න.



(6)



O කේන්ද්‍රය වූ වෘත්තයේ UV හා LM ජ්‍යාය දෙකකි. DC රේඛාව UV ට හා LMට ලම්බ වේ. DC, O හරහා යයි. UV = 12cm, LM = 16cm හා වෘත්තයේ අරය 10cm ක් නම් CE හි දිග සොයන්න.

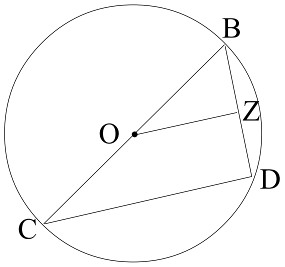
7. මිශ්‍ර අභ්‍යාසය

(1) O කේන්ද්‍රය වූ වෘත්තයේ TR හා RS ජ්‍යාය දෙකකි. $T\hat{R}S = 90^0$, $OD \perp TR$, $OC \perp RS$, TR = 32cm, OD = 12cm ක් වේ.

(i) වෘත්තයේ අරය සොයන්න.

(ii) RS ජ්‍යායයේ දිග සොයන්න.

(2)



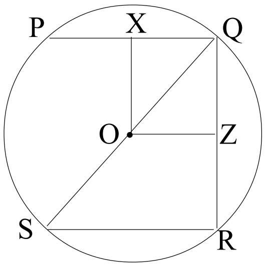
රූපයේ දැක්වෙන්නේ O කේන්ද්‍රය වූ වෘත්තයකි. CB විශ්කම්භයකි. BD යනු ජ්‍යායකි. $OZ \perp BD$, BD = 12cm හා වෘත්තයේ අරය 10cm කි.

(i) O සිට BDට දුර සොයන්න.

(ii) OX // CD බව පෙන්වන්න.

(iii) CDB සෘජුකෝණී ත්‍රිකෝණයක් බව පෙන්වන්න.

(3)

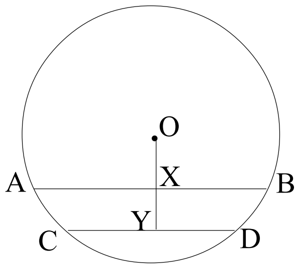


රූපයේ දැක්වෙන්නේ අරය 10 cm ද කේන්ද්‍රය O ද වූ වෘත්තයකි. QS එහි විශ්කම්භයකි. PQ හා QR ජ්‍යා දෙකකි. $P\hat{Q}R = 90^0$ ක් වේ. $OX \perp PQ$, $OZ \perp QR$, PQ = 12cm හා QR=16cm ද වේ.

(i) OXQZ හි වර්ගඵලය සොයන්න.

(ii) $OQZ\,\Delta = \frac{1}{4} QSR\,\Delta$ බව පෙන්වන්න.

(4)

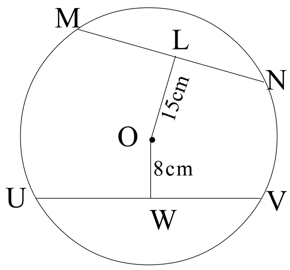


O කේන්ද්‍රය වූ වෘත්තයේ අරය 17cm කි. එහි AB ජ්‍යායේ දිග 30cm ක් වන අතර AB // CD වේ.

(i) කේන්ද්‍රයේ සිට AB ජ්‍යායට ඇති දුර සොයන්න.

(ii) OY = 15cm නම් දී ඇති CD ජ්‍යායේ දිග සොයන්න.

5.

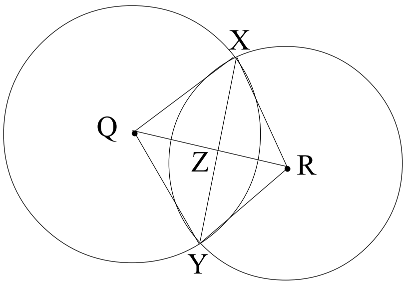


O කේන්ද්‍රය වූ වෘත්තයක UV හා MN ජ්‍යායන් දෙකකි. UV = 30cm කි. UV හි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය W වේ. OW = 8cm $OL \perp MN$ හා OL= 15cm වේ.

(i) වෘත්තයේ අරය සොයන්න.

(ii) MN ජ්‍යායේ දිග සොයන්න.

6.



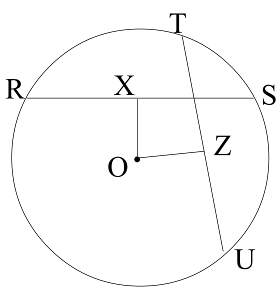
Q හා R කේන්ද්‍ර සහිත වෘත්ත දෙකක් X හා Y ලක්ෂ්‍යවල දී එකිනෙක ඡේදනය වේ. QR, XY රේඛා Z හි දී ඡේදනය වේ.

(i) XQR හා YQR ත්‍රිකෝණ අංගසම බව පෙන්වන්න.

(ii) XZ = YZ බව පෙන්වන්න.

(iii) QR මගින් XY ලම්බව සමච්ඡේදනය වන බව පෙන්වන්න.

7.



රූපයේ දැක්වෙන්නේ O කේන්ද්‍රය වූ වෘත්තයකි. RS හා TU එහි පිහිටි ජ්‍යායන් දෙකකි. $OX \perp RS$, $OZ \perp UT$, OX = OZ = 9cm හා වෘත්තයේ අරය 15cm කි. RS සහ TU සමාන බව පෙන්වන්න.

8. O කේන්ද්‍රය වූ වෘත්තයක LM හා PQ ජ්‍යා දෙකකි. එම ජ්‍යා දෙකට ඇඳි ලම්බ දුර එකිනෙක සමාන වේ. LM හා PQ සමාන බව පෙන්වන්න.

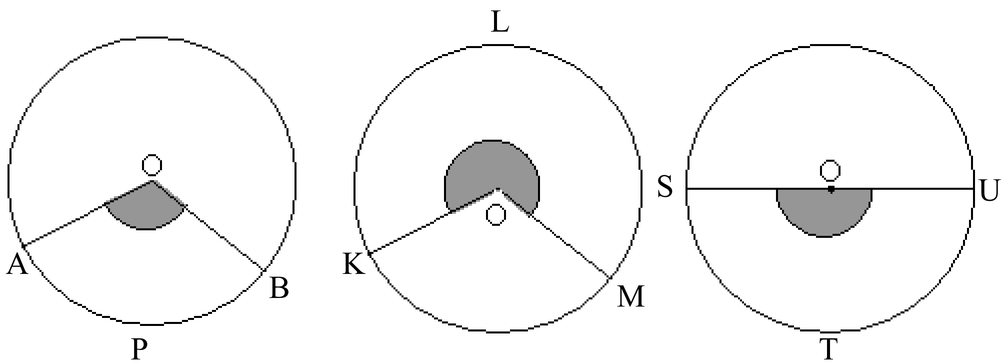
8. වෘත්තයක කෝණ

> මෙම පාඩම හැදෑරීමෙන් පසු ඔබට
>
> - වෘත්ත චාපයකින් කේන්ද්‍රය මත සහ වෘත්තය මත ආපාතනය කරන කෝණ පිළිබඳ ව හැදෑරීමට
> - වෘත්ත චාපයකින් කේන්ද්‍රය මත ආපාතනය කරන කෝණය, එම චාපය මගින් වෘත්තයේ ඉතිරි කොටස මත ආපාතනය කරන කෝණය මෙන් දෙගුණයකි යන ප්‍රමේයය සාධනය සහ භාවිතයට
> - වෘත්තයක එක ම ඛණ්ඩයේ කෝණ සමාන වේ යන ප්‍රමේයය සාධනය සහ එය භාවිතයට
> - අර්ධ වෘත්තයක පිහිටි කෝණය සෘජුකෝණයක් වේ යන ප්‍රමේයය සාධනය සහ එය භාවිතයට
>
> හැකියාව ලැබෙනු ඇත.

8.1 කේන්ද්‍රයේ ආපාතිත කෝණ සහ වෘත්තය මත ආපාතිත කෝණ

කේන්ද්‍රයේ ආපාතිත කෝණය

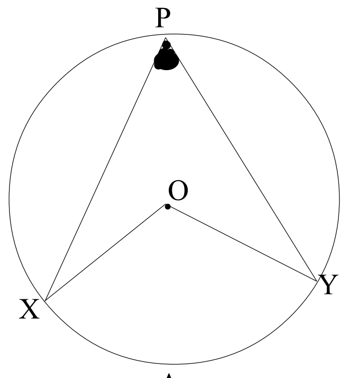
වෘත්ත චාපයක දෙකෙලවර කේන්ද්‍රයට යා කළ විට සෑදෙන කෝණය එම වෘත්ත චාපයෙන් කේන්ද්‍රයේ ආපාතිත කෝණයයි.



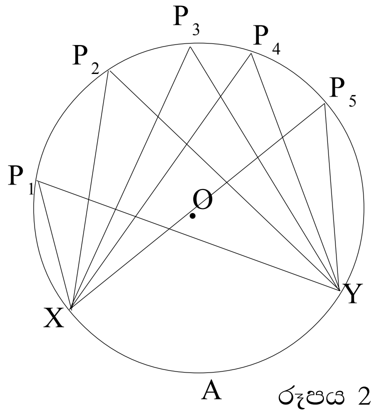
APB සුළු චාපයෙන් කේන්ද්‍රයේ දී ආපාතිත කෝණය $A\hat{O}B$ වේ. KLM මහා චාපයෙන් කේන්ද්‍රයේ දී ආපාතිත කෝණය $K\hat{O}M$ පරාවර්ත කෝණයයි. STU අර්ධ වෘත්තයෙන් කේන්ද්‍රයේ දී ආපාතිත කෝණය $S\hat{O}U$ සරල කෝණයයි.

වෘත්තය මත ආපාතිත කෝණය

වෘත්ත චාපයක දෙකෙලවර වෘත්තය මත පිහිටි ඕනෑම ලක්ෂ්‍යයකට යා කිරීමෙන් සෑදෙන කෝණය එම වෘත්ත චාපයෙන් වෘත්තයේ ඉතිරි කොටස මත ආපාතිත කෝණයයි.

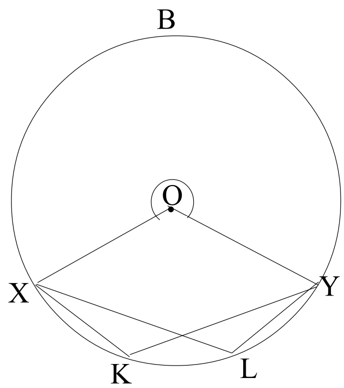


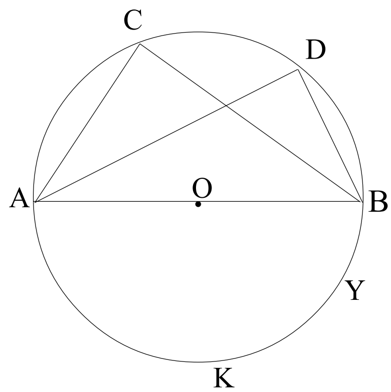
රූපය 1



රූපය 2

රූපය 1හි XAY සුළු චාපයෙන් වෘත්තය මත ආපාතිත කෝණය XPY ද කේන්ද්‍රය මත ආපාතිත කෝණය XOY ද වේ. වෘත්තය මත ලක්ෂ්‍ය රාශියක් තිබෙන නිසා එක් වෘත්ත චාපයකින් වෘත්තය මත කෝණ රාශියක් ආපාතිනය වේ. දෙවන රූප සටහනින් ඔබට එය පැහැදිලි වේ.

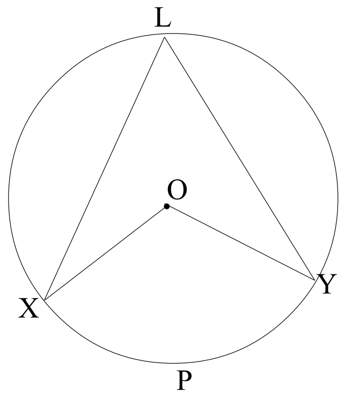




XBY මහා චාපයෙන් වෘත්තය මත ආපාතිත කෝණ XKY සහ XLY වේ. කේන්ද්‍රය මත ආපාතිත කෝණය XOY පරාවර්ත කෝණය වේ. AKB අර්ධ වෘත්ත චාපයෙන් වෘත්තය මත ආපාතිත කෝණ පිළිවෙළින් ACB සහ ADB වේ.

8.1.1 අභ්‍යාසය

(1)



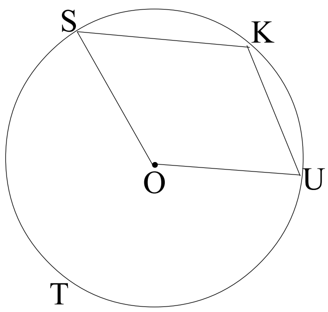
වෘත්තයේ කේන්ද්‍රය Oවේ. XPYසුළු චාපයෙන්

(i) කේන්ද්‍රය මත

(ii) වෘත්තය මත

ආපාතිත කෝණය ලියන්න.

(2)



STU මහා චාපයෙන්

(i) කේන්ද්‍රය මත සෑදෙන කෝණය,

(ii) වෘත්තය මත සෑදෙන කෝණය

නම් කර, කවර වර්ගයේ කෝණ දැයි සඳහන් කරන්න.

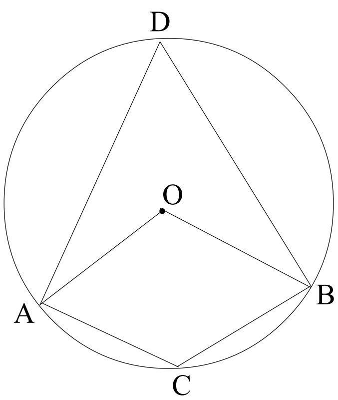
(3) එක් වෘත්ත චාපයකින්,

(a) කේන්ද්‍රයේ ආපාතනය කරන කෝණ ගණන

(b) වෘත්තයේ අනෙක් කොටස මත ආපාතනය කරන කෝණ ගණන කොපමණ ද

(iii) ඔබේ පිළිතුර රූප සටහනක් ඇඳ පැහැදිලි කරන්න.

(4)



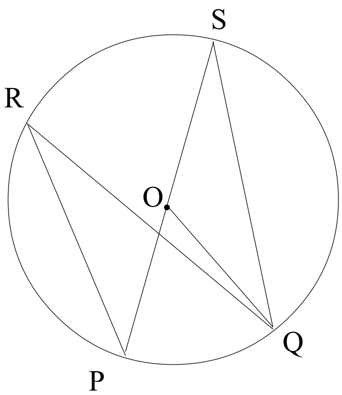
(i) ACB සුළු චාපයෙන් කේන්ද්‍රයේ ආපාතිත කෝණය ලියන්න.

(ii) ACB සුළු චාපයෙන් වෘත්තය මත ආපාතිත කෝණය ලියන්න.

(iii) ADB මහා චාපයෙන් කේන්ද්‍රයේ ආපාතිත කෝණය ලියන්න.

(iv) ADB මහා චාපයෙන් වෘත්තය මත ආපාතිත කෝණය ලියන්න.

(5)



(i) PQ සුළු චාපයෙන් කේන්ද්‍රයේ ආපාතිත කෝණය ලියන්න.

(ii) PQ සුළු චාපයෙන් වෘත්තය මත ආපාතිත කෝණ දෙකක් ලියන්න.

(iii) RS සුළු චාපයෙන් වෘත්තය මත ආපාතිත කෝණ දෙකක් ලියන්න.

(iv) මෙම රූප සටහනෙහි දක්නට ලැබෙන එකම වෘත්ත ඛණ්ඩයේ කෝණ යුගලයක් ලියන්න.

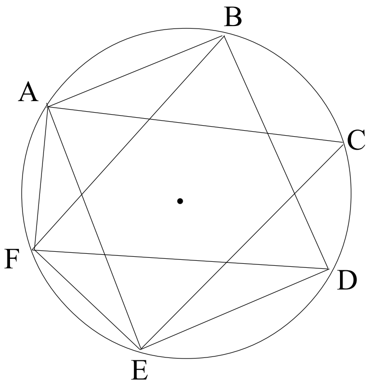
(v) මෙම රූපසටහන පිටපත් කරගෙන

(a) RSQ මහා චාපයෙන් කේන්ද්‍රයේ ආපාතිත කෝණය ලකුණු කරන්න.

(b) RSQ මහා චාපයෙන් වෘත්තය මත ආපාතිත කෝණයක් ලකුණු කරන්න.

(c) එම වෘත්තයේ අර්ධ වෘත්තයේ කෝණයක් ලකුණු කර පෙන්වන්න.

(6)



(i) වෘත්තය මත EAB කෝණය ආපාතනය කරන්නේ කවර වෘත්ත චාපය ද?

(ii) එම වෘත්ත චාපයෙන් ම වෘත්තය මත ආපාතිත වෙනත් කෝණයක් ලියන්න.

(iii) FAC අර්ධ වෘත්තයේ කෝණයක් නම් වෘත්තයේ විෂ්කම්භය කුමක් ද?

(iv) FED කෝණය වෘත්තය මත ආපාතනය කරන්නේ කුමන චාපය ද?

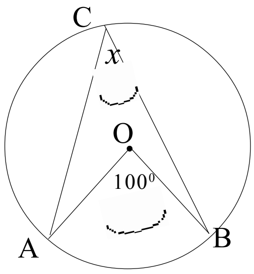
(v) එම චාපයෙන් වෘත්තය මත ආපාතනය වන වෙනත් කෝණ තිබේ ද?

ප්‍රමේයය :

වෘත්ත චාපයකින් කේන්ද්‍රය මත ආපාතනය කරන කෝණය, එම චාපය මගින් වෘත්තයේ ඉතිරි කොටස මත ආපාතනය කරන කෝණය මෙන් දෙගුණයකි.

නිදසුන 1

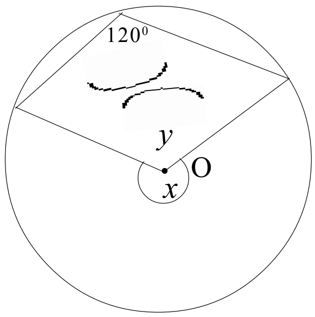
x හි අගය සොයන්න.



$2x = 100^0$

$\therefore\ x = 50^0$ (කේන්ද්‍රය මත ආපාතිත කෝණය වෘත්තය මත ආපාතිත කෝණය මෙන් දෙගුණයක් නිසා)

නිදසුන 2



x සහ y හි අගය සොයන්න. වෘත්තයේ කේන්ද්‍රය O වේ.

$x = 120^0$ x 2

$= 240^0$ (කේන්ද්‍රය මත ආපාතිත කෝණය වෘත්තය මත ආපාතිත කෝණය මෙන් දෙගුණයක් නිසා)

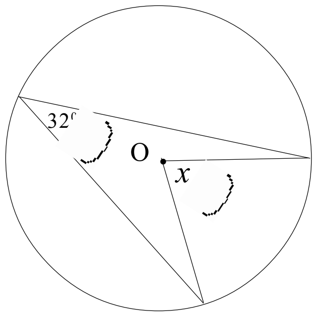
$y = 360^0 - 240^0$ (ලක්ෂ්‍යයක පිහිටි කෝණ)

$= 120^0$

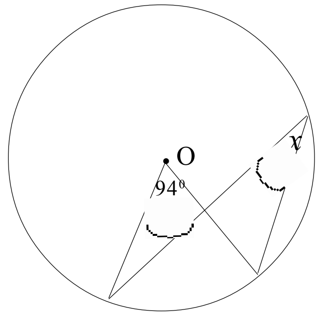
8.1.2 අභ්‍යාසය

පහත දී ඇති රූපවල වෘත්තයේ කේන්ද්‍රය O වේ. අක්ෂරවලින් දක්වා ඇති කෝණවල විශාලත්ව සොයන්න.

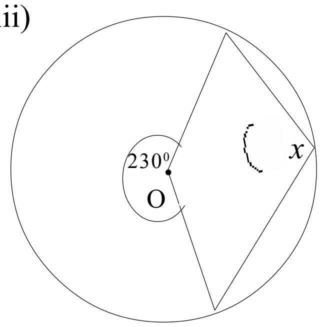
(i)



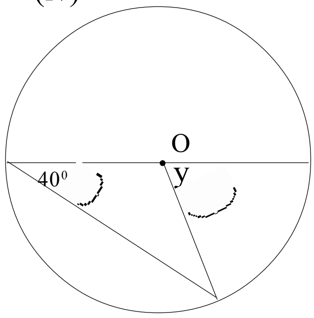
(ii)



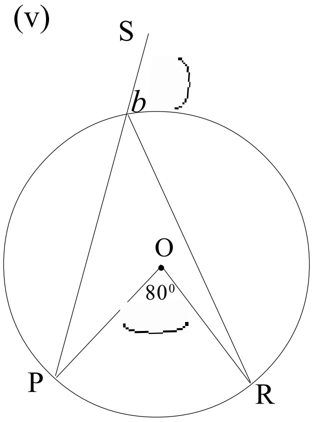
(iii)



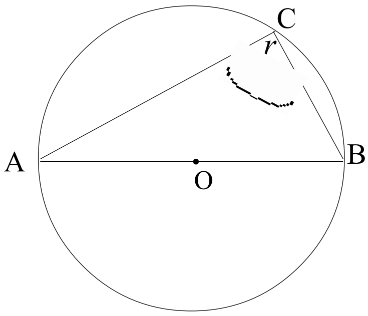
(iv)



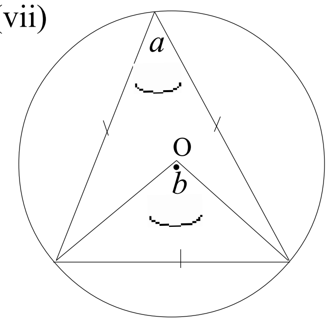
(v)



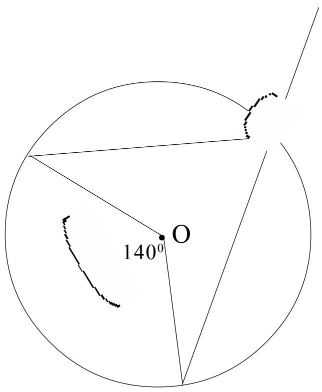
(vi)



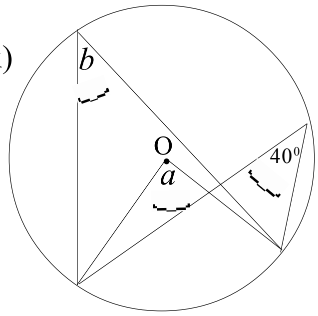
(vii)



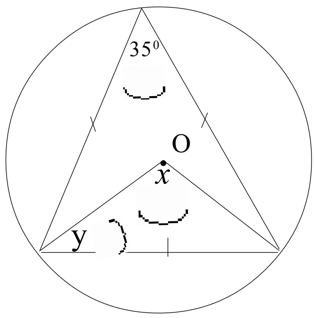
(viii)



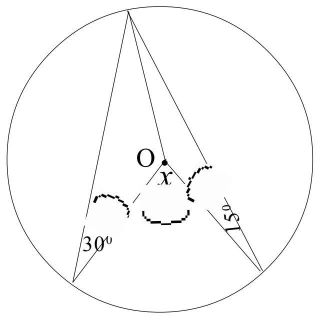
(ix)



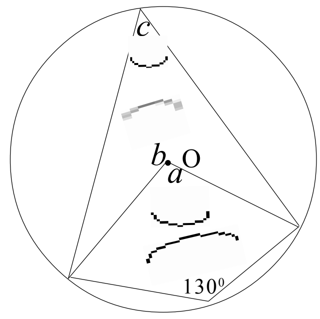
(x)



(xi)



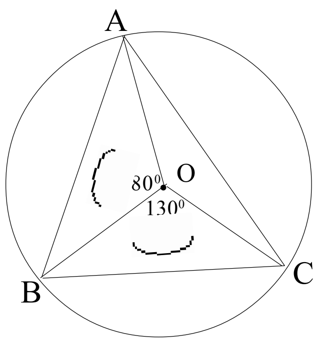
(xii)



2. O කේන්ද්‍රය වූ වෘත්තය මත P, Q, R, S ලක්ෂ්‍ය පිළිවෙළින් පිහිටා ඇත. $P\hat{O}S = 110^0$ නම්

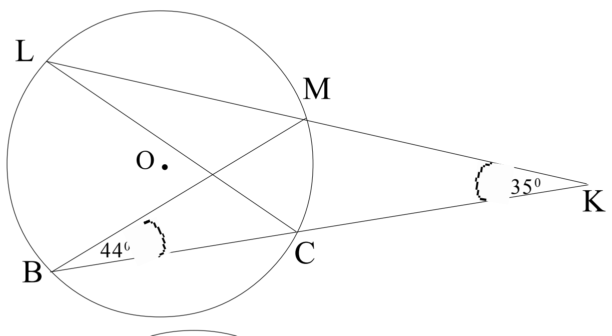
(i) $P\hat{Q}S$ (ii) $P\hat{R}S$ අගය සොයන්න.

3.



ABC යනු O කේන්ද්‍රය වූ වෘත්තයක අන්තර්ගත කරන ලද ත්‍රිකෝණයකි. දෙන ලද දත්ත ඇසුරෙන් ABC ත්‍රිකෝණයේ $B\hat{A}C, A\hat{B}C, A\hat{C}B$ කෝණවල අගයයන් වෙන වෙන ම සොයන්න.

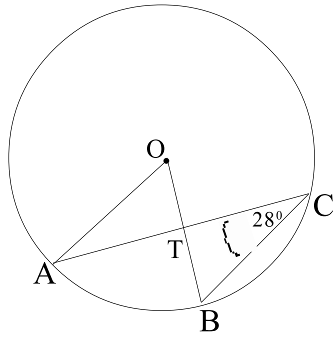
4.



වෘත්තයක LM සහ PQ ජ්‍යායන් දික් කළ විට K හි දී හමු වේ. $K\hat{P}M = 44^0$ ද $Q\hat{K}M = 35^0$ ද නම්

(i) $L\hat{M}P$ (ii) $P\hat{Q}L$ හි අගයයන් සොයන්න.

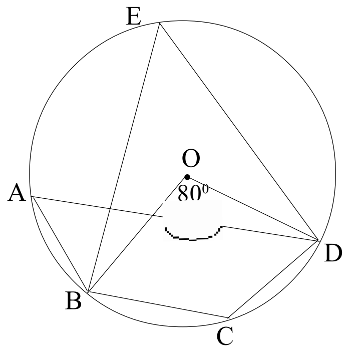
5.



වෘත්තයේ කේන්ද්‍රය O වේ. A,B හා C වෘත්තය මත පිහිටි ලක්ෂ්‍ය තුනකි.

AO // BC සහ $A\hat{C}B = 28^0$ නම් ,

(i) $A\hat{O}B$ (ii) $A\hat{T}O$ අගය සොයන්න.

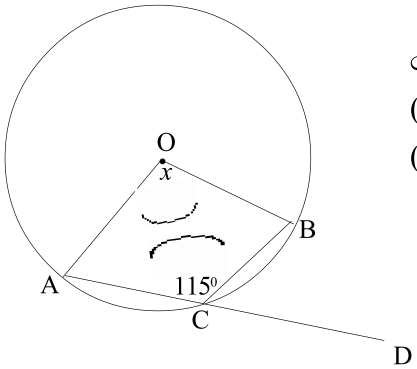
6. 

ABCDE වෘත්තයේ කේන්ද්‍රය O වේ. $B\hat{O}D = 80^0$ කි.

(i) $B\hat{E}D$ අගය සොයන්න.

(ii) $B\hat{E}D$ ට සමාන කෝණයක් නම් කරන්න.

(iii) $B\hat{C}D$ අගය සොයන්න.

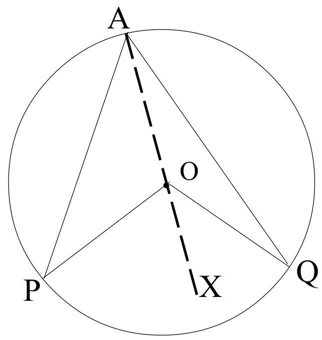
7. 

රූපයේ දී ඇති දත්තවලට අනුව

(i) AOB මහා කෝණයේ අගය සොයන්න.

(ii) BCD කෝණයේ අගය සොයන්න.

"වෘත්ත චාපයකින් කේන්ද්‍රයේ ආපාතිත කෝණය, එම චාපය මගින් වෘත්තයෙහි ඉතිරි කොටස මත ආපාතිත කෝණය මෙන් දෙගුණයක් වේ" යන ප්‍රමේයය විධිමත් ව සාධනය කරමු.



දත්තය : O කේන්ද්‍රය වූ වෘත්තයේ PQ චාපයෙන් වෘත්තය මත ආපාතිත කෝණය PAQ වන අතර කේන්ද්‍රයේ ආපාතිත කෝණය POQ වේ.

සාධනය කළ යුත්ත : $P\hat{O}Q = 2\,P\hat{A}Q$ බව.

නිර්මාණය : AO යා කර X දක්වා දික් කිරීම.

සාධනය : OP = OA (එක ම වෘත්තයේ අරය)

$\therefore\ O\hat{A}P = O\hat{P}A$ (සමද්විපාද Δ හි කෝණ)

$P\hat{O}X = O\hat{P}A + P\hat{A}O$ (ත්‍රිකෝණයක පාදයක් දික් කිරීමෙන් සෑදෙන බාහිර කෝණය)

$\therefore\ P\hat{O}X = 2\,P\hat{A}O$ ——— (1)

මේ ආකාරයට ම, $Q\hat{O}X = 2\,O\hat{A}Q$ ——— (2) බව සාධනය කළ හැකි ය.

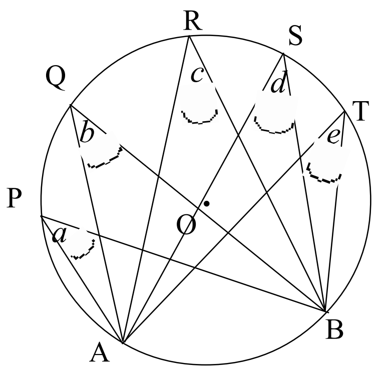
(1) + (2) න් $P\hat{O}X + Q\hat{O}X = 2\,P\hat{A}O + 2\,O\hat{A}Q$

$$P\hat{O}Q = 2\left(P\hat{A}O + O\hat{A}Q\right)$$

$$\therefore\ P\hat{O}Q = 2\,P\hat{A}Q$$

8.2 වෘත්තයක එකම ඛණ්ඩයේ කෝණ

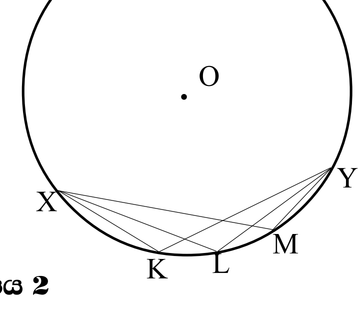
වෘත්ත චාපයක් මගින් වෘත්තයේ ඉතිරි චාප කොටස මත ආපාතිත සියලු ම කෝණ එක ම ඛණ්ඩයේ කෝණ යනුවෙන් හැඳින් වේ.



රූපය 1

AB සුළු චාපය මගින් වෘත්තය මත ආපාතිත එකම වෘත්ත ඛණ්ඩයේ කෝණ පහක් රූපයේ දක්වා ඇත. ඒවා a, b, c, d, e ලෙස නම් කර ඇත.

XY මහා චාපයෙන් වෘත්තය මත ආපාතිත එකම ඛණ්ඩයේ කෝණ තුනක් රූපයේ දැක් වේ.



රූපය 2

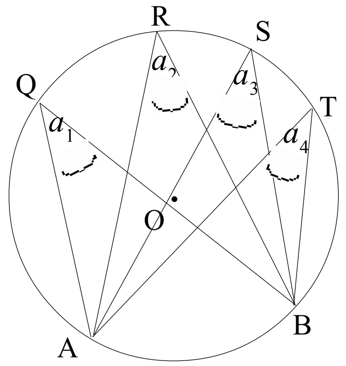
ප්‍රමේයය:

වෘත්තයක එකම ඛණ්ඩයේ කෝණ සමාන වේ.

ඉහත ප්‍රමේයය අනුව රූපය 1 හි

$$A\hat{P}B = A\hat{Q}B = A\hat{R}B = A\hat{S}B = A\hat{T}B$$

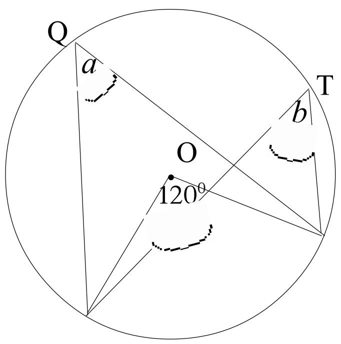
එසේ ම රූපය 2 හි $X\hat{K}Y = X\hat{L}Y = X\hat{M}Y$



O කේන්ද්‍රය වූ වෘත්තයෙහි XY සුළු චාපයෙන් මහා චාපය මත ආපාතිත කෝණ සියල්ල ම සමාන වේ.

$a_1 = a_2 = a_3 = a_4$ වේ.

නිදසුන 3



දී ඇති තොරතුරු අනුව a හා b කෝණවල අගයයන් සොයන්න.

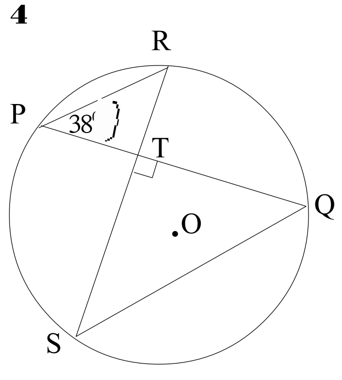
$a = \dfrac{120^0}{2}$ (කේන්ද්‍රය මත ආපාතිත කෝණය = 2 × වෘත්තය මත ආපාතිත කෝණය නිසා)

$a = 60^0$

$a = b$ (එකම ඛණ්ඩයේ කෝණ)

$\therefore\ b = 60^0$

නිදසුන 4



වෘත්තයක PQ සහ RS ජ්‍යායන් දෙක T හි දී සෘජුකෝණීව ඡේදනය වේ. $Q\hat{P}R = 38^0$ නම් $P\hat{Q}S$ සොයන්න.

PTR ත්‍රිකෝණයෙන්

$38^0 + 90^0 + P\hat{R}T = 180^0$ (ත්‍රිකෝණයක කෝණ ඓක්‍යය)

$\therefore P\hat{R}T = 180^0 - 128^0$

$P\hat{R}T = 52^0$

$P\hat{R}T = P\hat{Q}S$ (එකම ඛණ්ඩයේ කෝණ)

$\therefore P\hat{Q}S = 52^0$

හෝ

$P\hat{R}T + T\hat{P}R = 90^0$

$P\hat{R}T + 38^0 = 90^0$

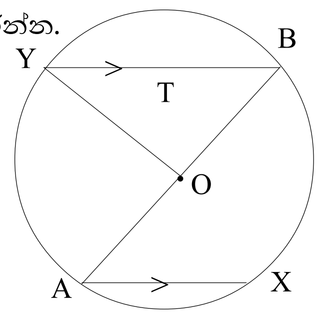
$P\hat{R}T = 52^0$

නිදසුන 5

O කේන්ද්‍රය වූ වෘත්තයක AB විෂ්කම්භයකි. AX, YB සමාන්තර ජ්‍යා දෙකකි. O හා Y යා කළ විට

(i) $\frac{1}{2}A\hat{O}Y = X\hat{A}O$ (ii) $2B\hat{Y}O = A\hat{O}Y$

බව සාධනය කරන්න.



දත්තය : AB, O කේන්ද්‍රය වූ වෘත්තයේ විශ්කම්භයකි. AX // BY.

සාධනය කළ යුත්ත : (i) $\frac{1}{2}A\hat{O}Y = X\hat{A}O$ බව

(ii) $2B\hat{Y}O = A\hat{O}Y$ බව

සාධනය : $2A\hat{B}Y = A\hat{O}Y$ (වෘත්තයක කේන්ද්‍රයේ ආපාතිත කෝණය හා වෘත්තය මත ආපාතිත කෝණය)

$$A\hat{B}Y = \frac{1}{2}A\hat{O}Y$$

නමුත් $A\hat{B}Y = B\hat{A}X$ (ඒකාන්තර කෝණ)

$\therefore \frac{1}{2}A\hat{O}Y = B\hat{A}X$

A, O, B ඒක රේඛීය බැවින් $\frac{1}{2}A\hat{O}Y = X\hat{A}O$

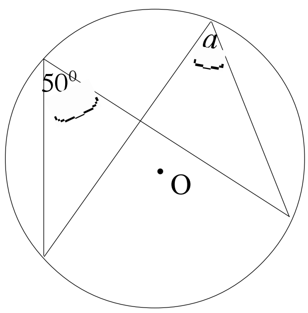
$A\hat{O}Y=2O\hat{Y}B$ (ඉහත සාධිතයි)

නමුත් $O\hat{B}Y = O\hat{Y}B$ (සමද්විපාද ත්‍රිකෝණයේ කෝණ)

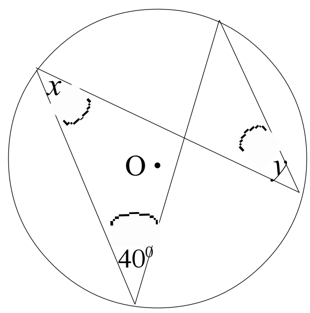
$\therefore \quad 2B\hat{Y}O = A\hat{O}Y$

8.2 අභ්‍යාසය

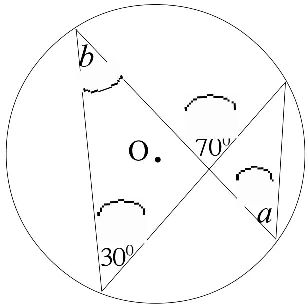
1. දී ඇති තොරතුරු අනුව එක් එක් රූපයේ අකෂරවලින් දැක්වෙන කෝණවල අගයන් සොයන්න. වෘත්තයේ කේන්ද්‍රය O වේ.



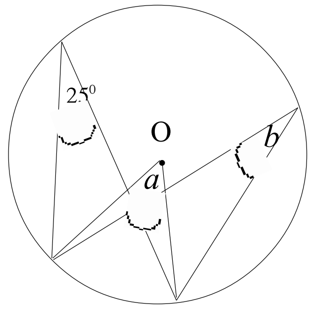
(i)



(ii)

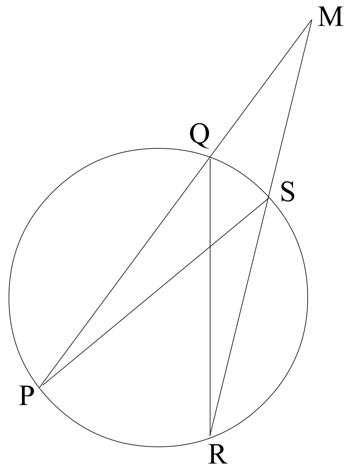


(iii)



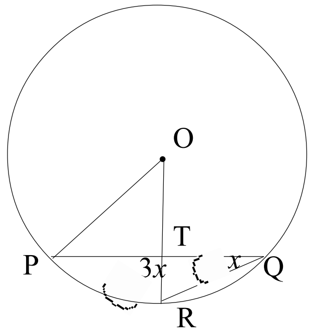
(iv)

2.



රූපයේ PQM සහ RSM සරල රේඛා වේ. $P\hat{S}M = R\hat{Q}M$ බව සාධනය කරන්න.

3.

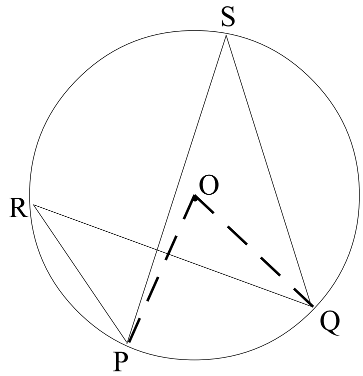


P, Q සහ R යනු O කේන්ද්‍රය වූ වෘත්තයේ පරිධිය මත පිහිටි ලක්ෂ්‍ය තුනකි. PQ සහ OR, T හි දී ඡේදනය වේ. $P\hat{Q}R = x$ ද $P\hat{T}R = 3x$ ද නම්

(i) $P\hat{O}R$ හි අගය x ඇසුරෙන් දක්වන්න.

(ii) PO // RQ බව පෙන්වන්න.

"වෘත්තයක එකම ඛණ්ඩයේ කෝණ සමාන වේ" යන ප්‍රමේයය විධිමත් ව සාධනය කරමු.



දත්තය : O කේන්ද්‍රය වන වෘත්තයේ $P\hat{R}Q$ සහ $P\hat{S}Q$ එක ම ඛණ්ඩයේ කෝණ වේ.

සාධනය කළ යුත්ත : $P\hat{R}Q = P\hat{S}Q$ බව

නිර්මාණය : PO සහ QO යා කිරීම.

සාධනය : $2\,P\hat{R}Q = P\hat{O}Q$ (කේන්ද්‍රය මත ආපාතිත කෝණය = දෙගුණයක් වෘත්තය මත ආපාතිත කෝණය)

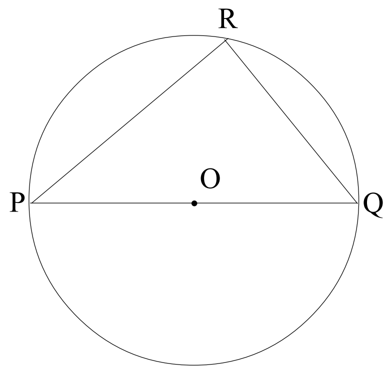
$2\,P\hat{S}Q = P\hat{O}Q$ (කේන්ද්‍රය මත ආපාතිත කෝණය = දෙගුණයක් වෘත්තය මත ආපාතිත කෝණය)

$\therefore\ 2P\hat{R}Q = 2P\hat{S}Q$ (ප්‍රත්‍යක්ෂ භාවිතයෙන්)

$\therefore\ P\hat{R}Q = P\hat{S}Q$ (ප්‍රත්‍යක්ෂ භාවිතයෙන්)

$\therefore$ වෘත්තයේ එක ම ඛණ්ඩයේ කෝණ සමාන වේ.

8.3 අර්ධ වෘත්තයක කෝණය

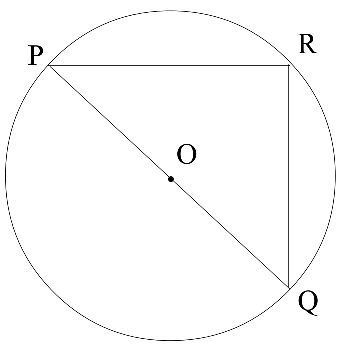


විෂ්කම්භයක් මගින් වෘත්තය සමාන කොටස් දෙකකට බෙදෙන අතර ඉන් එක් කොටසක් අර්ධ වෘත්තයක් ලෙස හඳුන්වයි. අර්ධ වෘත්ත චාපයකින් පරිධිය මත සෑදෙන කෝණය අර්ධ වෘත්තයේ කෝණය ලෙස හඳුන්වයි.

රූපයේ $P\hat{R}Q$ අර්ධ වෘත්තයේ කෝණයයි.

ප්‍රමේයය:

අර්ධ වෘත්තයක කෝණය සෘජු කෝණයක් වේ.

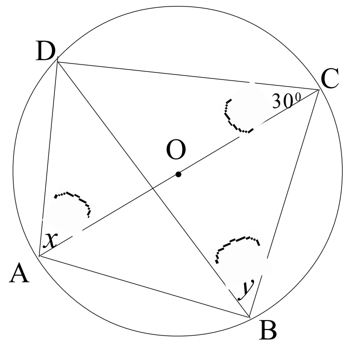


PQ විෂ්කම්භයකි.

$P\hat{R}Q = 90^0$

නිදසුන 6

රූපයේ දී ඇති දත්තවලට අනුව



(i) x හි අගය

(ii) y හි අගය සොයන්න.

(i) $A\hat{D}C = 90^0$ (අර්ධ වෘත්තයේ කෝණය)

ADC ත්‍රිකෝණයෙන්

$x+30^0+90^0=180^0$ (ත්‍රිකෝණයක කෝණ ඓක්‍යය 180^0 නිසා)

$x = 180^0 - 120^0$

$x = 60^0$

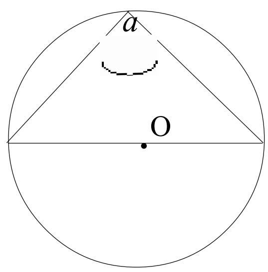
(ii) $D\hat{B}C = D\hat{A}C$ (එකම ඛණ්ඩයේ කෝණ)

$\therefore\ y = 60^0$

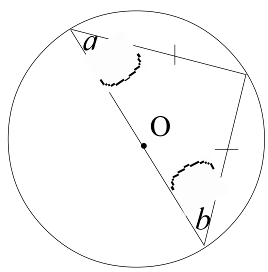
8.3 අභ්‍යාසය

දී ඇති තොරතුරු අනුව a හා b හා c හි අගයන් සොයන්න. O යනු වෘත්තයේ කේන්ද්‍රයයි.

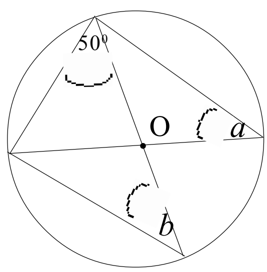
(i)



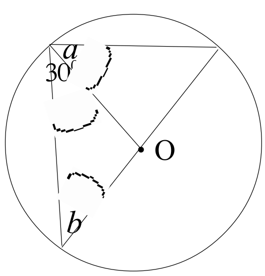
(ii)



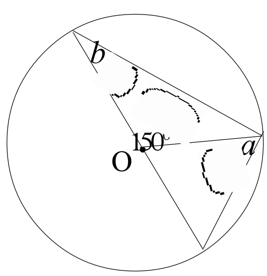
(iii)



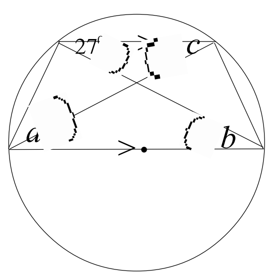
(iv)



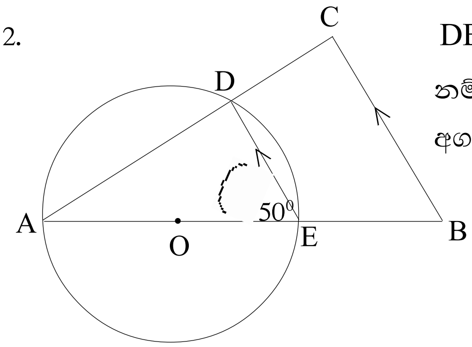
(v)



(vi)

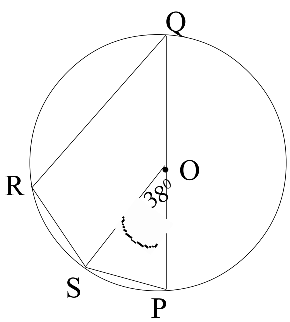


2.



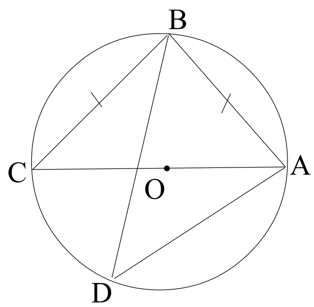
DE සහ CB රේඛා සමාන්තර වේ. $A\hat{E}D = 50^0$ නම් BCDE චතුරස්‍රයේ එක් එක් කෝණවල අගයන් සොයන්න.

3.



රූපයේ දැක්වෙන වෘත්තයේ කේන්ද්‍රය O ද PQ විෂ්කම්භයක් ද වෙයි. R හා S යනු වෘත්තය මත පිහිටි ලක්ෂ්‍ය දෙකකි. $S\hat{O}P = 38^0$ නම් $S\hat{R}Q$ හි අගය සොයන්න. (RP යා කරන්න.)

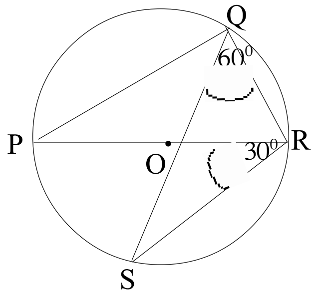
4.



O යනු රූපයේ දී ඇති වෘත්තයේ කේන්ද්‍රයයි. BA = B C නම්

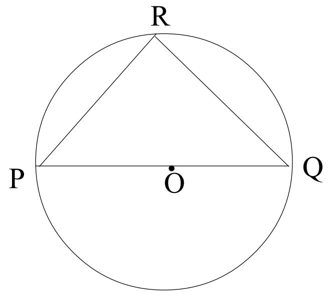
(i) $A\hat{B}C$ (ii) $A\hat{D}B$ අගයන් සොයන්න.

5.



$S\hat{Q}R = 60^0$ ද $S\hat{R}P = 30^0$ ද නම් රූපයේ දැක්වෙන වෘත්තයේ PR විෂ්කම්භයක් බව පෙන්වන්න.

"අර්ධ වෘත්තයක කෝණය සෘජුකෝණයක් වේ" යන ප්‍රමේයය විධිමත් ව සාධනය කරමු.



දත්තය : O කේන්ද්‍රය වූ වෘත්තයේ $P\hat{R}Q$ යනු අර්ධ වෘත්තයේ කෝණයකි.

සාධනය කළ යුත්ත : $P\hat{R}Q = 90^0$ බව

සාධනය : $P\hat{O}Q = 180^0$ ($P\hat{O}Q$ සරල කෝණයකි)

නමුත්

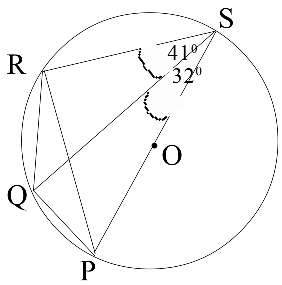
$P\hat{O}Q = 2\,P\hat{R}Q$ (කේන්ද්‍රය මත ආපාතිත කෝණය = 2 × වෘත්තය මත ආපාතිත කෝණය)

$\therefore\ 2\,PRQ = 180^0$ (ප්‍රත්‍යක්ෂ ඇසුරෙන්)

$\therefore\ P\hat{R}Q\ =\ 90^0$ (ප්‍රත්‍යක්ෂ ඇසුරෙන්)

8. මිශ්‍ර අභ්‍යාසය

1.



රූපයේ දැක්වෙන වෘත්තයේ කේන්ද්‍රය O වන අතර POS සරල රේඛාවකි. $Q\hat{S}P\ = 32^0$ ද $Q\hat{S}R\ = 41^0$ ද නම්

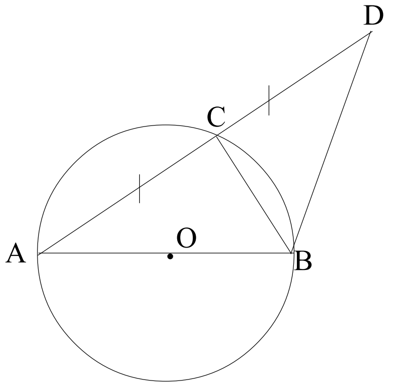
(i) $P\hat{Q}R$ (ii) $Q\hat{R}S$ සොයන්න.

2. වෘත්ත දෙකක් A සහ B ලක්ෂ්‍යවල දී ඡේදනය වේ. එම වෘත්තවල විෂ්කම්භ AP සහ AQ නම් PBQ සරල රේඛාවක් බව පෙන්වන්න.

3. වෘත්ත දෙකක් A සහ B ලක්ෂ්‍යවල දී ඡේදනය වේ. A හරහා ඇඳි CAD සහ EAF රේඛා එක් වෘත්තයක් C සහ E ලක්ෂ්‍යවල දී ද අනෙක් වෘත්තය D සහ F ලක්ෂ්‍යවල දී ද ඡේදනය කරයි. $C\hat{B}F = D\hat{B}E$ බව පෙන්වන්න.

4. PQ සහ SR යනු වෘත්තයක සමාන්තර ජ්‍යා දෙකකි. PR සහ SQ ජ්‍යාය T හි දී එකිනෙක ඡේදනය වේ. $R\hat{T}Q = 2S\hat{Q}P$ සාධනය කරන්න.

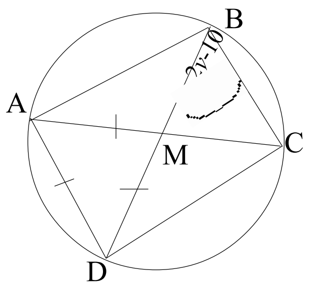
5. CB යනු O කේන්ද්‍රය වූ වෘත්තයක OA අරයට සමාන්තර ජ්‍යායකි. වෘත්තය ඇතුළත වූ D ලක්ෂ්‍යයක දී OB සහAC රේඛා ඡේදනය වේ. $R\hat{T}Q = 3S\hat{Q}P$ බව පෙන්වන්න.

6. 

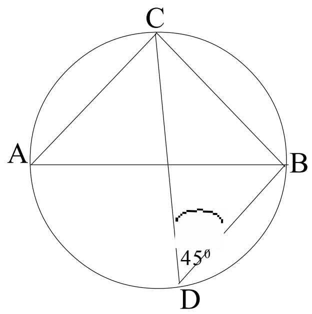
O කේන්ද්‍රය වූ අර්ධ වෘත්තයේ AB විෂ්කම්භයකි. AC ජ්‍යාය D දක්වා දික් කර ඇත්තේ AC = CD වන පරිදි ය. BD හා BC යා කර ඇත.

(i) $B\hat{C}D = 90^0$ බව පෙන්වන්න.

(ii) AB = BD බව පෙන්වන්න.

7. 

දී ඇති රූපයේ ADM සමපාද Δ කි. $D\hat{B}C = 2y-10$ නම් y හි අගය සොයන්න. $A\hat{D}C = 55^0$ නම් BD මෙම වෘත්තයේ විෂ්කම්භයක් බව පෙන්වන්න.

8. 

දී ඇති වෘත්තයේ AB විෂ්කම්භයකි. C හා D වෘත්තය මත පිහිටි ලක්ෂ්‍ය දෙකකි. $C\hat{D}B = 45^0$ ක් නම් ABC ඍජුකෝණී සමද්විපාද ත්‍රිකෝණයක් බව පෙන්වන්න.

9. ABC සමපාද Δ කි. C ලක්ෂ්‍යයේ දි BC පාදයට ඇඳි ලම්බය, $A\hat{B}C$ යේ සමච්ඡේදකය E හි දී ඡේදනය කරයි. BCEA ඒකවෘත්ත බව පෙන්වන්න.

9. වෘත්ත චතුරස්‍ර

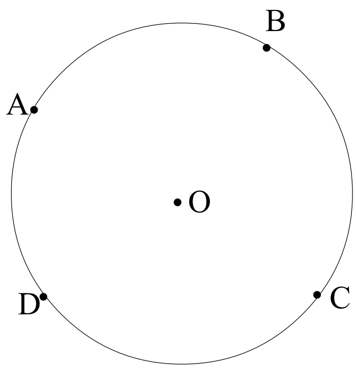
මෙම පාඩම හැදෑරීමෙන් පසු ඔබට

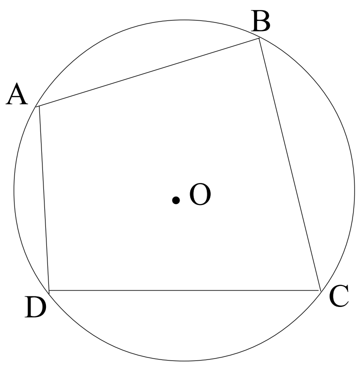
- වෘත්ත චතුරස්‍රය හඳුනා ගැනීමට
- වෘත්ත චතුරස්‍රයක සම්මුඛ කෝණ පරිපූරක වේ යන ප්‍රමේයය සාධනය කිරීමට හා එය භාවිතයෙන් ගැටලු විසඳීමට
- චතුරස්‍රයක සම්මුඛ කෝණ පරිපූරක වේ නම් එම චතුරස්‍රයේ ශීර්ෂ හතර එක ම වෘත්තයක් මත පිහිටයි යන ප්‍රමේයය හඳුනා ගැනීමට හා එය භාවිතයෙන් ගැටලු විසඳීමට
- වෘත්ත චතුරස්‍රයක පාදයක් දික්කිරීමෙන් සෑදෙන බාහිර කෝණය අභ්‍යන්තර සම්මුඛ කෝණයට සමාන වේ යන ප්‍රමේයය හඳුනා ගැනීමට සහ එය භාවිතයෙන් ගැටලු විසඳීමට

හැකියාව ලැබෙනු ඇත.

9.1 වෘත්ත චතුරස්‍ර හැඳින්වීම

චතුරස්‍රයක ශීර්ෂ හතර එකම වෘත්තයක් මත පිහිටා ඇත්නම් එම චතුරස්‍රය වෘත්ත චතුරස්‍රයක් වේ.





- ඉහත රූපසටහන් දෙක නිරීක්ෂණය කරන්න.
- A, B, C හා D යනු කේන්ද්‍රය O වූ වෘත්තය මත පිහිටි ලක්ෂ්‍ය වේ.
- එම ලක්ෂ්‍ය යා කිරීමෙන් ABCD චතුරස්‍රය ලැබේ.
- එම චතුරස්‍රයේ ශීර්ෂ හතර වෘත්තය මත පිහිටා ඇති නිසා ABCD වෘත්ත චතුරස්‍රයකි.

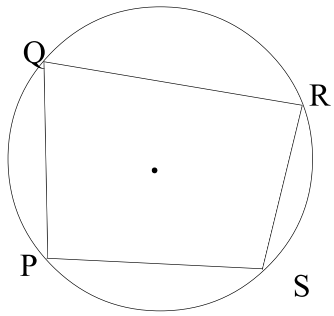
නිදසුන 1

(i) පහත රූපසටහන්වල ඇති චතුරස්‍ර නම්කරන්න.

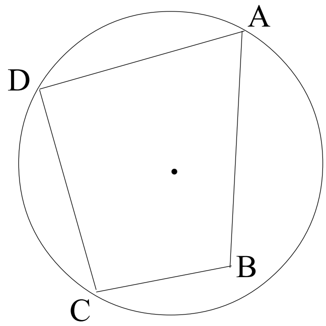
(ii) ඔබ නම්කරන ලද චතුරස්‍රය වෘත්ත චතුරස්‍රයක් ද?

ඔබේ පිළිතුරට හේතු දක්වන්න.

(a)



(b)



(a)

(i) PQRS

(ii) වෘත්ත චතුරස්‍රයකි.

චතුරස්‍රයේ P, Q, R හා S ශීර්ෂ වෘත්තය මත පිහිටන බැවින්

(b)

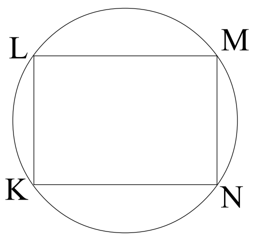
(i) ABCD

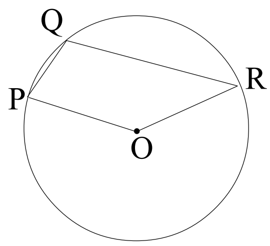
(ii) වෘත්ත චතුරස්‍රයක් නොවේ

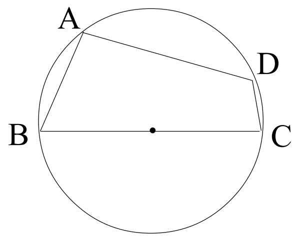
චතුරස්‍රයේ B ශීර්ෂය වෘත්තය මත පිහිටා නැත.

9.1 අභ්‍යාසය

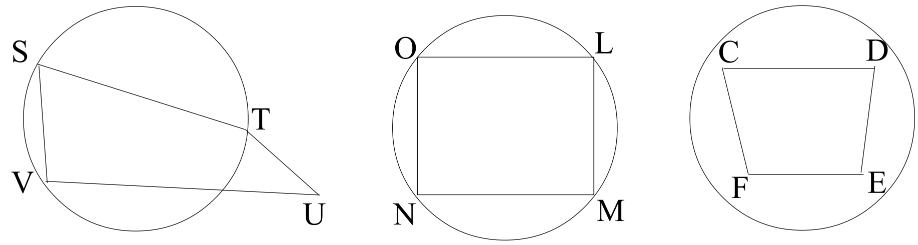
(1) පහත රූපසටහන්වල ඇති චතුරස්‍ර නම් කරන්න.
නම්කරන ලද චතුරස්‍රය වෘත්ත චතුරස්‍රයක් ද?
ඔබේ පිළිතුරට හේතු දක්වන්න.





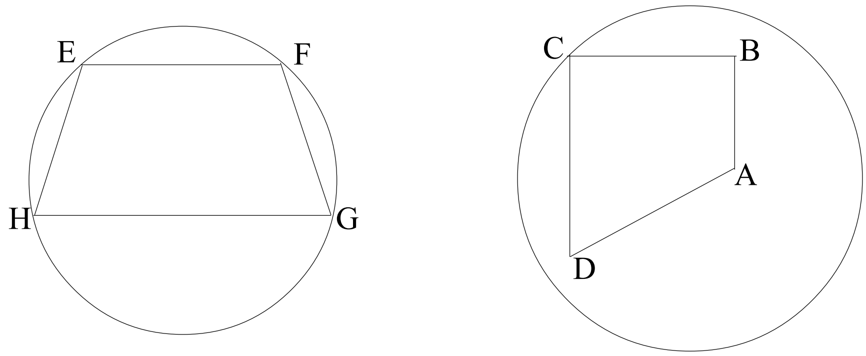


....	....	....
....	....	....
....	....	....



....

....



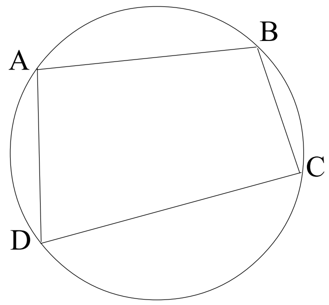
....

....

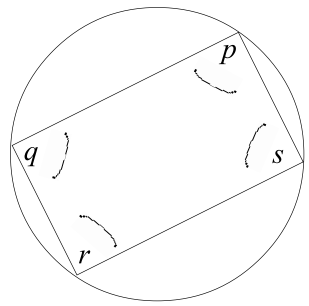
....

9.2 වෘත්ත චතුරස්‍ර ආශ්‍රිත ප්‍රමේය

ප්‍රමේයය :
වෘත්ත චතුරස්‍රයක සම්මුඛ කෝණ පරිපූරක වේ.

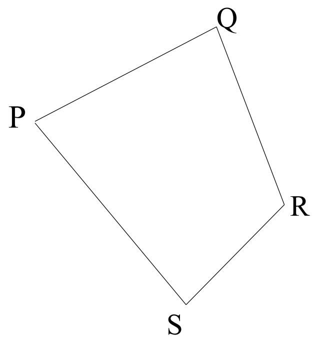


ABCD වෘත්ත චතුරස්‍රයක් වන බැවින්,
$A\hat{B}C + A\hat{D}C = 180^0$ ද
$B\hat{A}D + B\hat{C}D = 180^0$ ද වේ.



රූපයේ දැක්වෙන චතුරස්‍රය වෘත්ත චතුරස්‍රයක් වන බැවින්,
$p + r = 180^0$
$q + s = 180^0$ වේ.

ප්‍රමේයය :
චතුරස්‍රයක සම්මුඛ කෝණ යුගලයක් පරිපූරක නම් එම චතුරස්‍රයේ ශීර්ෂ වෘත්තයක් මත පිහිටයි.

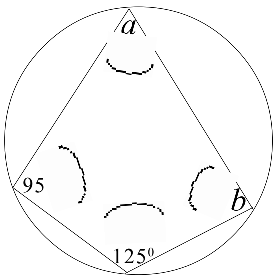


PQRS චතුරස්‍රයේ
$Q\hat{P}S + Q\hat{R}S = 180^0$ හෝ
$P\hat{Q}R + P\hat{S}R = 180^0$ වේ නම්
PQRS වෘත්ත චතුරස්‍රයක් වේ.

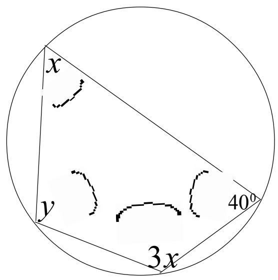
නිදසුන 2

පහත වෘත්ත චතුරස්‍රවල සංකේත මගින් දක්වා ඇති කෝණවල අගය සොයන්න.

(i)



(ii)



(i)

$a + 125^0 = 180^0$ (වෘත්ත චතුරස්‍රයේ සම්මුඛ කෝණ)

$a = 180^0 - 125^0$

$\underline{\underline{a = 55^0}}$

$b + 95^0 = 180^0$ (වෘත්ත චතුරස්‍රයේ සම්මුඛ කෝණ)

$b = 180^0 - 95^0$

$\underline{\underline{b = 85^0}}$

(ii)

$y + 40^0 = 180^0$ (වෘත්ත චතුරස්‍රයේ සම්මුඛ කෝණ)

$y = 180^0 - 40^0$

$\underline{\underline{y = 140^0}}$

$x + 3x = 180^0$ (වෘත්ත චතුරස්‍රයේ සම්මුඛ කෝණ)

$4x = 180^0$

$x = \frac{180^0}{4}$

$x = 45^0$

$3x = 3 \text{ x } 45^0$

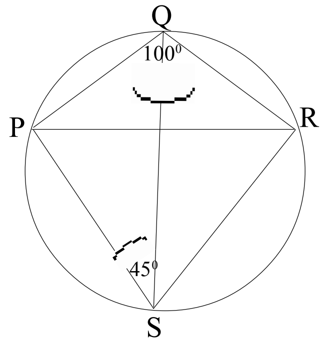
$\underline{\underline{3x = 135^0}}$

නිදසුන 3

PQRS වෘත්ත චතුරස්‍රයේ $P\hat{Q}R = 100^0$ ද $P\hat{S}Q = 45^0$ ද වේ.

(i) $Q\hat{S}R$ හි අගය ද

(ii) $Q\hat{P}R$ හි අගය ද සොයන්න.



$P\hat{Q}R + P\hat{S}R = 180^0$ (වෘත්ත චතුරස්‍රයේ සම්මුඛ කෝණ)

$100^0 + P\hat{S}R = 180^0$

$100^0 + P\hat{S}R = 180^0 - 100^0$

$P\hat{S}R = 80^0$

$P\hat{S}Q + Q\hat{S}R = P\hat{S}R$ (එකම ඛණ්ඩයේ කෝණ)

$45^0 + \quad Q\hat{S}R = 80^0$

$Q\hat{S}R = 80^0 - 45^0$

$Q\hat{S}R = 35^0$

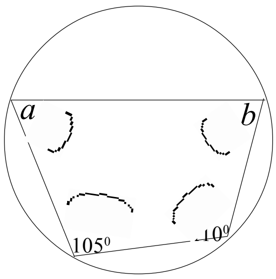
$Q\hat{P}R = Q\hat{S}R$

$Q\hat{P}R = 35^0$

9.2 අභ්‍යාසය

(1) පහත සඳහන් වෘත්ත චතුරස්‍රවල දක්වා ඇති වීජීය සංකේතයන්හි අගය සෙවීමට දී ඇති පියවරයන්හි හිස්තැන් සම්පූර්ණ කරන්න.

(i)



$a + ... = 180^0$ (වෘත්ත චතුරස්‍රයේසම්මුඛ කෝණ)

a = ... - 110^0

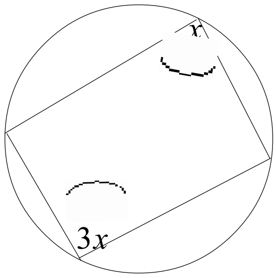
a = ...

.... + $105^0 = 180^0$ (   )

$b = 180^0 - 110^0$

b = ...

(ii)



$x + 3x$ = ... (වෘත්ත චතුරස්‍රයේ සම්මුඛ කෝණ)

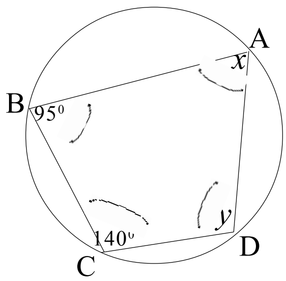
.... $= 180^0$

$x = \dfrac{\ldots\ldots}{4}$

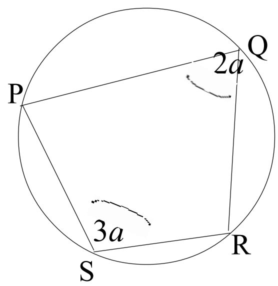
$x = 45^0$

(2) පහත වෘත්ත චතුරස්‍රවල සංකේත මගින් දැක්වෙන කෝණවල අගය සොයන්න. O ලෙස දක්වා ඇත්තේ වෘත්තයේ කේන්ද්‍රයයි.

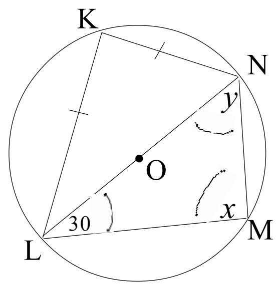
(i)



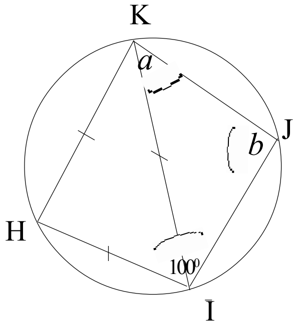
(ii)



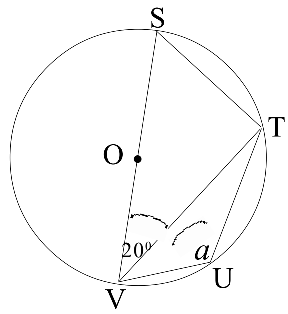
(iii)



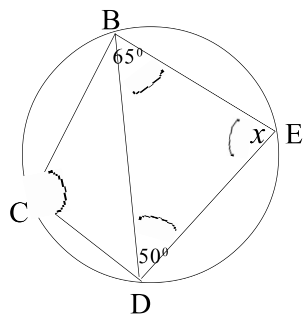
(iv)



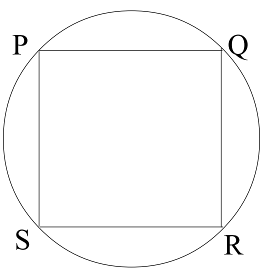
(v)



(vi)



(3) පහත රූපයේ දැක්වෙන PQRS වෘත්ත චතුරස්‍රයේ $P\hat{Q}R = P\hat{S}R$ වේ.

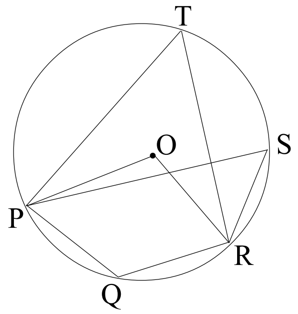


(i) Q හි අගය සොයන්න.

(ii) PR විකර්ණය හැඳින්විය හැකි විශේෂ නම කුමක් ද ?

(iii) ඔබේ පිළිතුරට හේතු දක්වන්න.

(4) රූපයේ දැක්වෙන O කේන්ද්‍රය වූ වෘත්තයේ $P\hat{S}R = 48^0$ වේ.



(i) වෘත්ත චතුරස්‍ර දෙකක් නම් කරන්න.

(ii) $P\hat{T}R$ හි අගය සොයන්න.

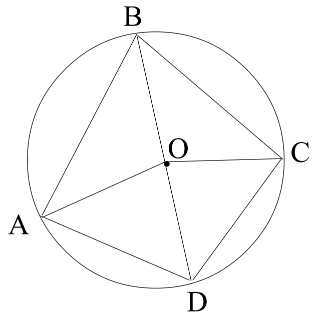
(iii) $P\hat{Q}R$ හි අගය සොයන්න.

(iv) $P\hat{O}R$ හි අගය සොයන්න.

(5) ABCD වෘත්ත චතුරස්‍රයේ O කේන්ද්‍රය වේ. පහත දැක්වෙන කෝණ අතර ඇති සම්බන්ධතා ලියා දක්වන්න.

(i) $A\hat{B}C$ හා $A\hat{O}C$ (ii) $A\hat{D}C$ හා $A\hat{O}C$

(iii) $A\hat{B}C$ හා $A\hat{D}C$ (iv) $B\hat{A}D$ හා $B\hat{C}D$

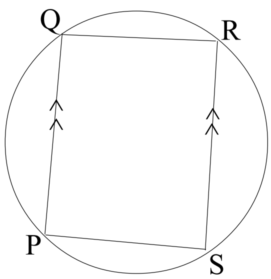


(6) PQRS වෘත්ත චතුරස්‍රයක් වේ.

(i) $P\hat{Q}R = 90^0$ නම් $P\hat{S}R = 90^0$ බව පෙන්වන්න.

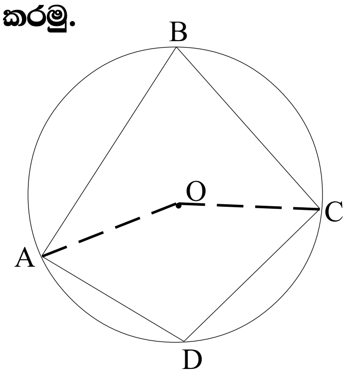
(ii) $Q\hat{R}S$ සුළු කෝණයක් නම් $Q\hat{P}S$ මහා කෝණයක් බව සාධනය කරන්න.

(7)



මෙම රූපසටහනෙහි ඇති PQRS වෘත්ත චතුරස්‍රයේ $P\hat{Q}R=Q\hat{P}S$ බව සාධනය කරන්න.

" වෘත්ත චතුරස්‍රයක සම්මුඛ කෝණ පරිපූරක වේ " යන ප්‍රමේය විධිමත් ව සාධනය කරමු.



දත්තය : ABCD වෘත්ත චතුරස්‍රයකි.

සා. ක. යු. : $A\hat{B}C+A\hat{D}C=180^0$ බව
හා $B\hat{A}D+B\hat{C}D=180^0$ බව

නිර්මාණය : වෘත්තයේ කේන්ද්‍රය O ලෙස නම්කර OA හා OC යා කිරීම.

සාධනය :

$A\hat{O}C=2A\hat{B}C$ (කේන්ද්‍රයේ ආපාතිත කෝණය වෘත්තයේ අනෙක් කොටසේ ආපාතිත කෝණය මෙන් දෙගුණයකි)

$A\hat{O}C$ (පරාවර්ත) $=2A\hat{D}C$ (කේන්ද්‍රයේ ආපාතිත කෝණය වෘත්තයේ අනෙක් කොටසේ ආපාතිත කෝණය මෙන් දෙගුණයකි)

$A\hat{O}C+A\hat{O}C$ (පරාවර්ත) $=2A\hat{D}C+2A\hat{B}C$

එහෙත් $A\hat{O}C + A\hat{O}C$ (පරාවර්ත) $= 360^0$ (ලක්ෂ්‍යයක් වටා කෝණ)

$$\therefore\ 2A\hat{B}C + 2A\hat{D}C = 360^0$$
$$2(A\hat{B}C+A\hat{D}C) = 360^0$$
$$A\hat{B}C+A\hat{D}C = \frac{360^0}{2}$$
$$A\hat{B}C+A\hat{D}C = 180^0$$

$A\hat{B}C + A\hat{D}C + B\hat{A}D + B\hat{C}D = 360^0$ (චතුරස්‍රයක අභ්‍යන්තර කෝණවල ඓක්‍යය)

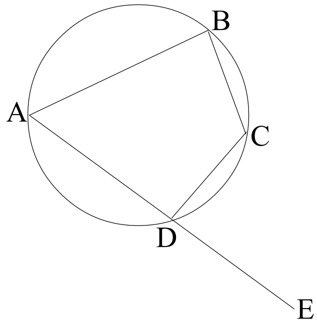
$$180^0 + B\hat{A}D + B\hat{C}D = 360^0$$
$$BAD + BCD = 360^0 - 180^0$$
$$BAD + BCD = 180^0$$

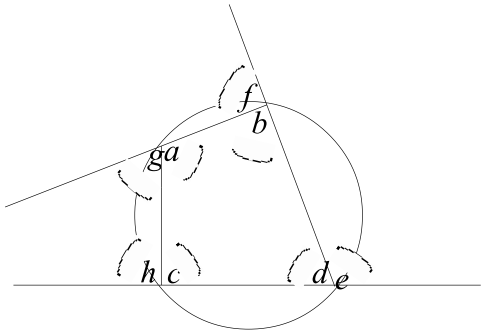
වෘත්ත චතුරස්‍රයක සම්මුඛ කෝණ පරිපූරක වේ.

9.3 වෘත්ත චතුරස්‍රයක බාහිර කෝණ

වෘත්ත චතුරස්‍රයක බාහිර කෝණය හා අභ්‍යන්තර සම්මුඛ කෝණය හඳුනා ගනිමු.

වෘත්ත චතුරස්‍රයක පාදයක් දික් කළ විට බාහිර කෝණයක් සෑදේ. බාහිර කෝණයට බද්ධව ඇති චතුරස්‍රයේ අභ්‍යන්තර කෝණයට සම්මුඛව පිහිටන්නේ එම බාහිර කෝණයේ අභ්‍යන්තර සම්මුඛ කෝණය යි.





$C\hat{D}E$ බාහිර කෝණයේ අභ්‍යන්තර සම්මුඛ කෝණය $A\hat{B}C$ වේ.

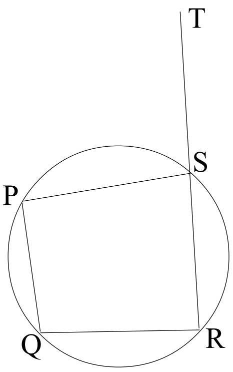
e බාහිර කෝණය හි අභ්‍යන්තර සම්මුඛ කෝණය a වේ.

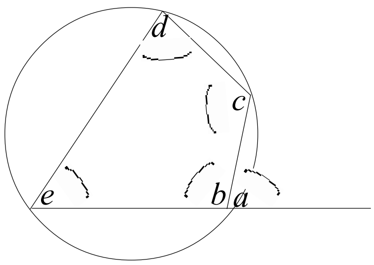
f බාහිර කෝණය හි අභ්‍යන්තර සම්මුඛ කෝණය c වේ.

g බාහිර කෝණය හි අභ්‍යන්තර සම්මුඛ කෝණය d වේ.

h බාහිර කෝණය හි අභ්‍යන්තර සම්මුඛ කෝණය b වේ.

ප්‍රමේයය :
වෘත්ත චතුරස්‍රයක පාදයක් දික් කිරීමෙන් සෑදෙන බාහිර කෝණය අභ්‍යන්තර සම්මුඛ කෝණයට සමාන වේ.





PQRS වෘත්ත චතුරස්‍රයේ $P\hat{S}T$ බාහිර කෝණයේ අභ්‍යන්තර සම්මුඛ කෝණය $P\hat{Q}R$ වන බැවින්

$P\hat{S}T = P\hat{Q}R$

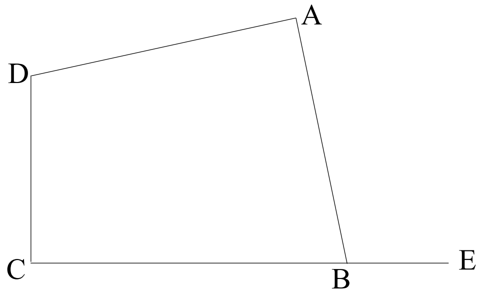
a ලෙස නම් කර ඇති බාහිර කෝණයේ අභ්‍යන්තර සම්මුඛ කෝණය d වේ.

$$a = d$$

ඉහත ප්‍රමේයයේ විලෝමය

චතුරස්‍රයක පාදයක් දික් කළ විට සෑදෙන බාහිර කෝණය අභ්‍යන්තර සම්මුඛ කෝණයට සමාන නම් එම චතුරස්‍රය, වෘත්ත චතුරස්‍රයක් වේ.

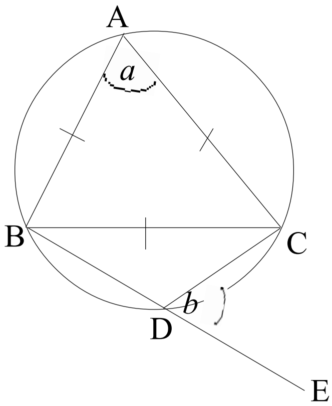
ABCD චතුරස්‍රයේ CB පාදය E දක්වා දික්කර ඇත. $A\hat{B}E = A\hat{D}C$ වේ.



$A\hat{B}E$ චතුරස්‍රයේ බාහිර කෝණය විට $A\hat{D}C$ යනු එම බාහිර කෝණයේ අභ්‍යන්තර සම්මුඛ කෝණය වේ. ඒවා සමාන නිසා, ABCD වෘත්ත චතුරස්‍රයකි.

නිදසුන 4

රූපයේ ලකුණු කර ඇති තොරතුරු අනුව a හා b හි අගය සොයන්න.



ABC ත්‍රිකෝණයේ පාද තුන ම සමාන බැවින් එම ත්‍රිකෝණයේ අභ්‍යන්තර කෝණ තුන සමාන වේ.

$\therefore a = \dfrac{180^0}{3}$ (ත්‍රිකෝණයක අභ්‍යන්තර කෝණ තුනේ එකතුව බැවින්)

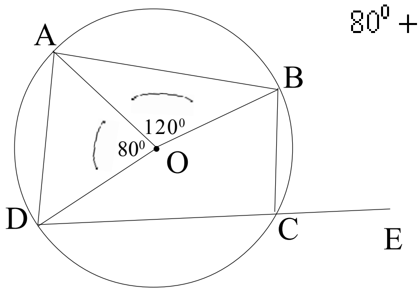
$a = 60^0$

$b = a$ (වෘත්ත චතුරස්‍රයක බාහිර කෝණය හා අභ්‍යන්තර සම්මුඛ කෝණය සමාන වීම)

$\therefore\ b = 60^0$

නිදසුන 5

පහත දැක්වෙන ABCD වෘත්ත චතුරස්‍රයේ DC පාදය E දක්වා දික්කර ඇත. $A\hat{O}D = 80^0$ හා $A\hat{O}B = 120^0$ වේ. මෙහි O යනු වෘත්තයේ කේන්ද්‍රයයි. $B\hat{C}E$ කෝණයේ අගය සොයන්න.



$80^0 + 120^0 + D\hat{O}B = 360^0$ (ලක්ෂ්‍යයක් වටා කෝණ)

$200^0 + D\hat{O}B = 360^0$

$D\hat{O}B = 360^0 - 200^0$

$D\hat{O}B = 160^0$

$2D\hat{A}B = D\hat{O}B$ (කේන්ද්‍රයේ ආපාතිත කෝණය, වෘත්තය මත ආපාතිත කෝණය මෙන් දෙගුණයක් වීම)

$2D\hat{A}B = 160^0$

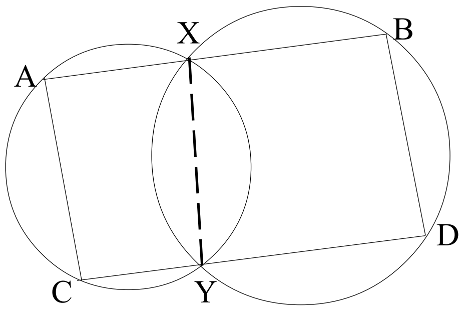
$D\hat{A}B \;= 80^0$

නමුත්, $D\hat{A}B = B\hat{C}E$ (වෘත්ත චතුරස්‍රයේ බාහිර කෝණය හා අභ්‍යන්තර සම්මුඛ කෝණ)

$\underline{\underline{B\hat{C}E = 80^0}}$

නිදසුන 6

අසමාන අරයන් සහිත වෘත්ත දෙකක් X හා Y හි දී එකිනෙක ඡේදනය වේ. AXB රේඛාවට කුඩා වෘත්තය A හි දී හා විශාල වෘත්තය B හි දී ද, CYD රේඛාවට කුඩා වෘත්තය C හි දී හා විශාල වෘත්තය D හි දී ද හමු වේ. AC // BD බව සාධනය කරන්න. (ඉඟිය: XY යා කරන්න.)



දත්තය : AXB හා CYD යනු සරල රේඛා වේ.

A, X, Y, C එක් වෘත්තයක් මත ද, X, B, D, Y අනෙක් වෘත්තය මත ද පිහිටි ලක්ෂ්‍ය වේ.

සාධනය කළ යුත්ත : AC // BD බව

නිර්මාණය : X හා Y යා කිරීම.

සාධනය : ACYX වෘත්ත චතුරස්‍රයේ

$A\hat{C}Y = Y\hat{X}B$ ------- (1) (වෘත්ත චතුරස්‍රයක බාහිර කෝණය හා අභ්‍යන්තර සම්මුඛ කෝණය සමාන වීම)

BDYX වෘත්ත චතුරස්‍රයේ

$B\hat{D}Y = A\hat{X}Y$ ------- (2) (වෘත්ත චතුරස්‍රයක බාහිර කෝණය හා අභ්‍යන්තර සම්මුඛ කෝණය සමාන වීම)

(1) + (2) $A\hat{C}Y + B\hat{D}Y = Y\hat{X}B + A\hat{X}Y$ (ප්‍රත්‍යක්ෂ)

නමුත්, $A\hat{X}Y + Y\hat{X}B = 180^0$ (සරල රේඛාවක් මත පිහිටි බද්ධ කෝණ)

$\therefore A\hat{C}Y + B\hat{D}Y = 180^0$ (ප්‍රත්‍යක්ෂ)

නමුත්, ACY හා BDY යනු AC හා BD සරල රේඛා දෙක තීර්යක් රේඛාවකින් කැපීයාමෙන් සෑදෙන මිත්‍ර කෝණ යුගලයකි.

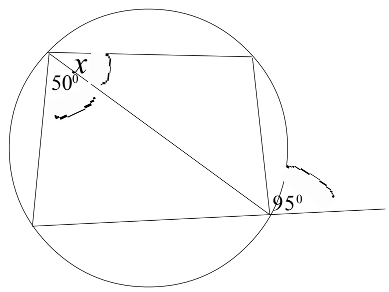
එම මිත්‍ර කෝණ යුගලයේ ඓක්‍යය 180^0 බැවින්

AC // BD වේ.

9.3 අභ්‍යාසය

(1) රූපසටහන් ඇසුරින් හිස්තැන් සම්පූර්ණ කරන්න.

(i)

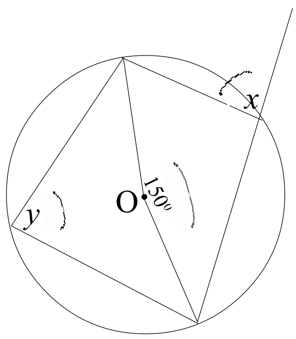


$x + 50^0 = 95^0$(.................................)

x = ... - 50^0

x = 45^0

(ii)



රූපයේ දැක්වෙන වෘත්තයේ කේන්ද්‍රය O වේ.

$2y$ = ...(වෘත්ත චාපයකින් කේන්ද්‍රයේ ආපාතිත

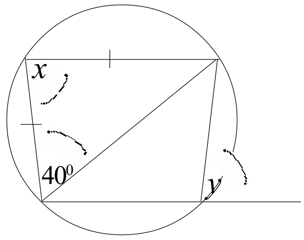
y = ...කෝණය වෘත්තයේ අනික් කොටස මත ආපාතිත කෝණය මෙන් දෙගුණයකි)

x $= y$ (.................................)

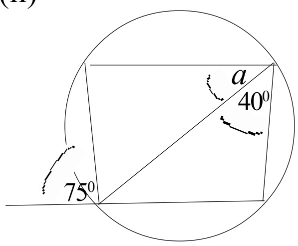
$\therefore x$ = ...

(2) පහත එක් එක් රූපසටහන්වල වීජීය සංකේතවලින් දක්වා ඇති කෝණවල අගයයන් සොයන්න. (O ලෙස දක්වා ඇත්තේ වෘත්තයේ කේන්ද්‍රය වේ.)

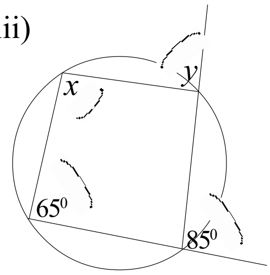
(i)



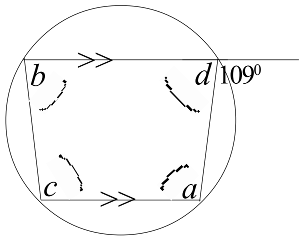
(ii)



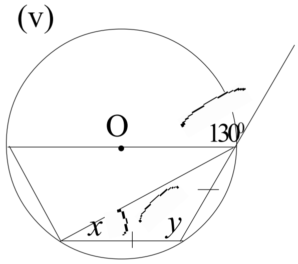
(iii)



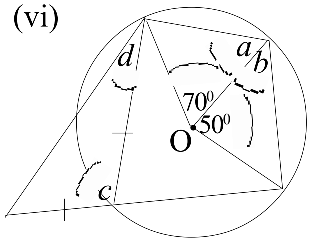
(iv)



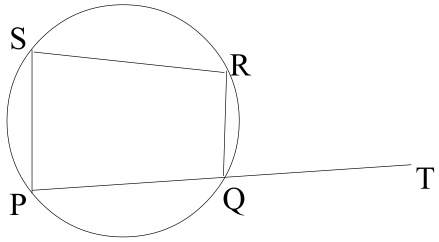
(v)



(vi)



(3) PQRS වෘත්ත චතුරස්‍රයේ PQ පාදය T දක්වා දික්කර ඇත.



පහත කෝණ අතර ඇති සම්බන්ධයන් ලියා දක්වන්න.

(i) $P\hat{Q}R$ හා $P\hat{S}R$

(ii) $P\hat{Q}R$ හා $R\hat{Q}T$

(iii) ඉහත (i) හා(ii)හි ලබාගත් සම්බන්ධතා ඇසුරින් $P\hat{S}R$ හා $R\hat{Q}T$ අතර සම්බන්ධතාවක් ගොඩනගන්න.

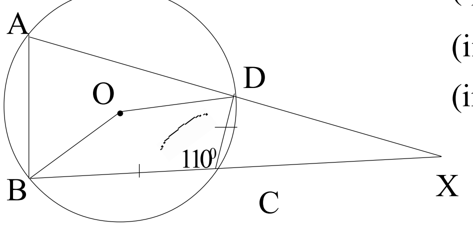
(4) ABCD වෘත්ත චතුරස්‍රයේ AB සහ DC පාද දික් කළ විට E හි දී හමුවේ. AE = DE වේ.

(i) $C\hat{B}E = B\hat{C}E$ බව.

(ii) BCE සමද්විපාද ත්‍රිකෝණයක් බව.

(iii) AD // BC බව සාධනය කරන්න.

(5) ABCD වෘත්ත චතුරස්‍රයේ දික් කළ BC හා දික් කළ AD, X හි දී හමු වේ. වෘත්තයේ කේන්ද්‍රය O වේ. $B\hat{C}D = 110^0$ වේ. BC = CD වේ.

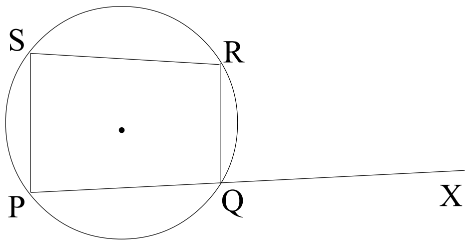


(i) $B\hat{A}D$ අගය සොයන්න.

(ii) $B\hat{O}D$ අගය සොයන්න.

(iii) $C\hat{D}X = A\hat{B}O + O\hat{D}C$ බව සාධනය කරන්න.

"වෘත්ත චතුරස්‍රයක පාදයක් දික් කිරීමෙන් සෑදෙන බාහිර කෝණය අභ්‍යන්තර සම්මුඛ කෝණයට සමාන වේ" යන ප්‍රමේයය විධිමත් ව සාධනය කරමු.



දත්තය : PQRS වෘත්ත චතුරස්‍රයේ PQ පාදය X දක්වා දික්කර ඇත.

සාධනය කළ යුත්ත : $R\hat{Q}X = P\hat{S}R$ බව

සාධනය : $P\hat{Q}R + R\hat{Q}X = 180^0$ (පරිපූරක බද්ධ කෝණ)

$P\hat{S}R + P\hat{Q}R = 180^0$ (PQRS වෘත්ත චතුරස්‍රයේ සම්මුඛ කෝණ)

$\therefore\ P\hat{Q}R + R\hat{Q}X = P\hat{S}R + P\hat{Q}R$ (ප්‍රත්‍යක්ෂ භාවිතයෙන්)

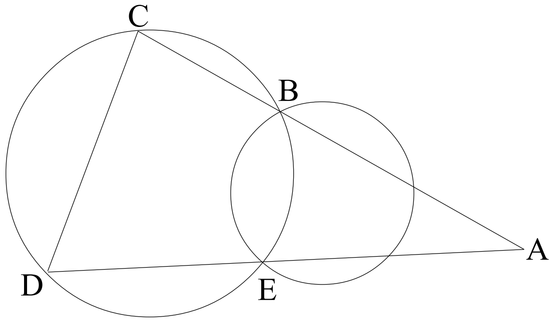
දෙපසින් ම PQR අඩු කිරීමෙන්

$R\hat{Q}X = P\hat{S}R$

එනම් වෘත්ත චතුරස්‍රයක පාදයක් දික් කිරීමෙන් සෑදෙන බාහිර කෝණය අභ්‍යන්තර සම්මුඛ කෝණයට සමාන වේ.

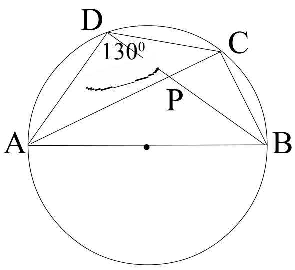
9. මිශ්‍ර අභ්‍යාසය

(1) පහත රූපයේ $A\hat{C}D=90^0$ වේ. AB යනු A, B, E ලක්ෂ්‍ය හරහා යන වෘත්තයේ විෂ්කම්භයක් බව සාධනය කරන්න.



(2) PQRS වෘත්ත චතුරස්‍රයකි. PQ // RS වේ. PR විකර්ණය වෘත්තයේ කේන්ද්‍රය හරහා යයි නම් PQRS සෘජුකෝණාස්‍රයක් බව සාධනය කරන්න.

(3) රූපයේ AB විෂ්කම්භයක් වේ. $A\hat{D}C = 130^0$ වේ.



(i) සෘජුකෝණයක් නම් කරන්න.

(ii) $A\hat{B}C$ අගය සොයන්න. හේතුව සඳහන් කරන්න.

(iii) $A\hat{B}P+C\hat{D}P=C\hat{P}B$ බව සාධනය කරන්න.

(4) ABCD චතුරස්‍රයේ AC හා BD විකර්ණ X හි දී ඡේදනය වේ. AB // CD හා DX = CX ද වේ. ABCD වෘත්ත චතුරස්‍රයක් බව සාධනය කරන්න.

(5) K, L, M හා N ලක්ෂ්‍ය වෘත්තයක් මත පිහිටා ඇත්තේ KLN සමපාද ත්‍රිකෝණයක් වන පරිදි වේ. MN = MP වන ලෙස LM පාදය P දක්වා දික්කර ඇත.

(i) $N\hat{M}P=60^0$ බව ද

(ii) NMP ත්‍රිකෝණය සමපාද බව ද

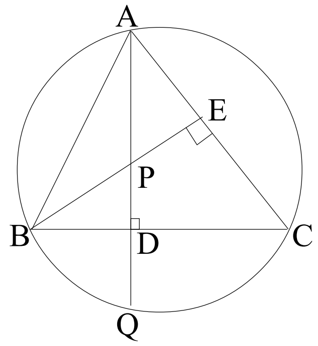
(iii) $L\hat{M}N = 2L\hat{K}N$ බව ද සාධනය කරන්න.

(6) A,B,C යනු වෘත්තයක් මත පිහිටි ලක්ෂ්‍ය තුනකි. B සිට AC පාදයට ඇඳි ලම්බය BE වේ. BC පාදයට ලම්බ ලෙස A සිට ඇඳි රේඛාවට P හි දී BE ද D හි දී BC ද Q හි දී වෘත්තය ද හමු වේ.

(i) DCEP වෘත්ත චතුරස්‍රයක් බව

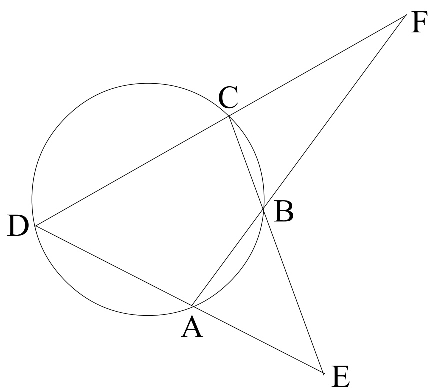
(ii) $B\hat{P}Q = B\hat{Q}P$ බව

(iii) DP = DQ බව සාධනය කරන්න.



(7) ABC සමපාද ත්‍රිකෝණය වෘත්තයක අන්තර්ගත කොට ඇත. D ලක්ෂ්‍යය BC චාපය මත පිහිටා ඇත. BD = DE = CD වන ලෙස BD පාදය E දක්වා දිගුකොට ඇත. BE = AD බව සාධනය කරන්න.

(8) ABCD වෘත්ත චතුරස්‍රයකි. DA ත් CB ත් දික් කළ විට E හි දී හමු වේ. AB ත් DC ත් දික් කළ විට F හි දී හමු වේ. ACFE වෘත්ත චතුරස්‍රයක් නම් EF යනු A, C, F, E හරහා යන වෘත්තයේ විශ්කම්භයක් බව සාධනය කරන්න.



10. ස්පර්ශක

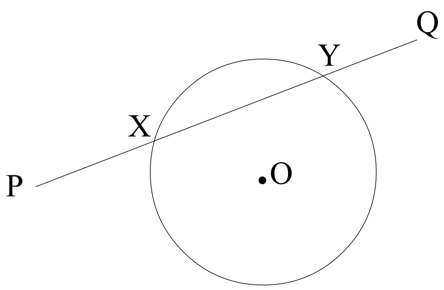
මෙම පාඩම හැදෑරීමෙන් පසු ඔබට

- වෘත්තයක ස්පර්ශකය හඳුනා ගැනීමට
- වෘත්තයක් මත වූ ලක්ෂ්‍යයක් ඔස්සේ අරයට ලම්බව ඇඳි සරල රේඛාව වෘත්තයට ස්පර්ශකයක් වේ යන ප්‍රමේයය හඳුනා ගැනීමට හා එය භාවිතයෙන් ගැටලු විසඳීමට
- වෘත්තයක ස්පර්ශකයක්, සපර්ශ ලක්ෂ්‍යය හරහා ඇඳි අරයට ලම්බ වේ යන ප්‍රමේය හඳුනා ගැනීමට හා එය භාවිතයෙන් ගැටලු විසඳීමට
- බාහිර ලක්ෂ්‍යයක සිට වෘත්තයකට ස්පර්ශක දෙකක් අඳිනු ලැබේ නම්,
    - ස්පර්ශක දෙක දිගින් සමාන වේ
    - ස්පර්ශක දෙක කෙන්ද්‍රයේ ආපාතනය කරන කෝණ සමාන වේ
    - බාහිර ලක්ෂ්‍යය හා කේන්ද්‍රය යා කරන රේඛාව ස්පර්ශක දෙක අතර පිහිටි කෝණය සමච්ඡේදනය කරයි

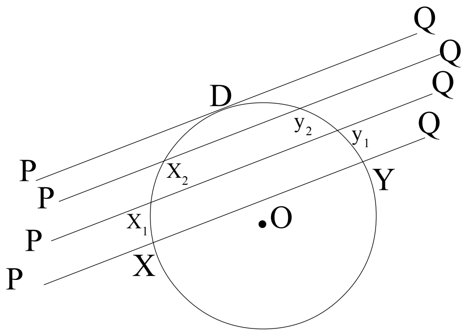
  යන ප්‍රමේය විධිමත්ව සාධනයට හා එය භාවිතයෙන් ගැටලු විසඳීමට
- වෘත්තයකට ඇඳි ස්පර්ශකයත්, සපර්ශ ලක්ෂ්‍යයේ දී ඇඳි ජ්‍යායත් අතර කෝණය ඒකාන්තර වෘත්ත ඛණ්ඩයේ කෝණයට සමාන වේ යන ප්‍රමේය විධිමත්ව සාධනයට හා එය භාවිතයෙන් ගැටලු විසඳීමට

හැකියාව ලැබෙනු ඇත.

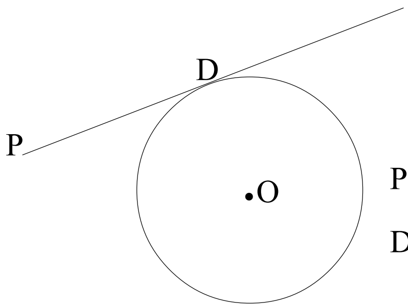
10.1 ස්පර්ශකය



O කේන්ද්‍රය වූ වෘත්තය PQ නම් සරල රේඛාවෙන් X හා Y ලක්ෂ්‍ය දෙකේ දී ඡේදනය වේ. මෙහි PQ සරල රේඛාව ඡේදකයක් ලෙස හැඳින් වේ. XY රේඛා ඛණ්ඩය එම වෘත්තයේ ජ්‍යායක් වේ.



රූපයේ ආකාරයට PQ ඡේදකය වෘත්තයේ කේන්ද්‍රයෙන් ක්‍රමයෙන් ඈත්වත් ම X හා Y ඡේදන ලක්ෂ්‍ය දෙක ක්‍රමයෙන් සමීප වේ. එක් අවසථාවක දී එම ලක්ෂ්‍ය දෙක D හි දී එක මත එක සමපාත වේ. මේ අවස්ථාවේ දී වෘත්තය හා රේඛාව එක් ලක්ෂ්‍යයක දී ස්පර්ශ වේ (D). එවිට මෙම PQ සරල රේඛාව වෘත්තයේ ස්පර්ශකයක් ලෙස හැඳින් වේ.

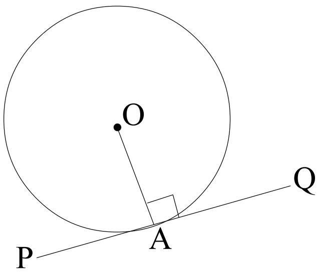


PQ රේඛාව D හි දි වෘත්තයට ඇඳි ස්පර්ශකය වේ.

D ස්පර්ශ ලක්ෂ්‍යය ලෙස නම් කෙරේ.

ප්‍රමේයය :

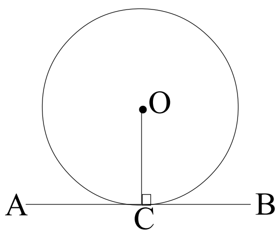
වෘත්තයක් මත වූ ලක්ෂ්‍යයක් ඔස්සේ අරයට ලම්බව ඇඳි සරල රේඛාව වෘත්තයට ස්පර්ශකයක් වේ.



O කේන්ද්‍රය වූ වෘත්තයේ OA අරයකි. A හි දී OA අරයට අඳින ලද ලම්බය වන PQ වෘත්තයට ස්පර්ශකයක් වේ. එනම් $OA \perp PQ$ වේ නම් PQ රේඛාව Aහි දී වෘත්තයට ස්පර්ශකයක් වේ.

ප්‍රමේයය :

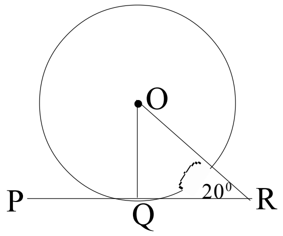
වෘත්තයක ස්පර්ශකයක් ස්පර්ශ ලක්ෂ්‍යය හරහා ඇඳි අරයට ලම්බ වේ.



O කේන්ද්‍රය වූ වෘත්තය මත ඇති C ලක්ෂ්‍යයේ දී වෘත්තයට අඳින ලද ස්පර්ශකය AB විට

$O\hat{C}B = O\hat{C}A = 90^0$

නිදසුන 1



O කේන්ද්‍රය වූ වෘත්තයට Q හි දී ඇඳි ස්පර්ශකය PR වේ. $O\hat{R}Q=20^0$ නම් $Q\hat{O}R$ හි අගය සොයන්න.

OQR ත්‍රිකෝණයේ,

$O\hat{R}Q=20^0$ (දත්තය)

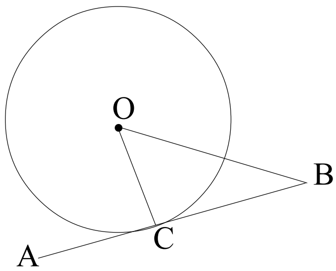
$O\hat{Q}R=90^0$ (ස්පර්ශ ලක්ෂ්‍යයේ දී ඇඳි අරය ස්පර්ශකයට ලම්බ නිසා)

$O\hat{R}Q+O\hat{Q}R+Q\hat{O}R=180^0$ (ත්‍රිකෝණයක කෝණ තුනේ එකතුව)

$Q\hat{O}R+90^0+20^0=180^0$

$Q\hat{O}R=70^0$

නිදසුන 2



O කේන්ද්‍රය වූ අරය 5cm වූ වෘත්තයට C හි දී ඇඳි ස්පර්ශකය AB වේ. CB = 12cm වේ. C ලක්ෂ්‍යය වෘත්තය මත චලනය වන විට B ලක්ෂ්‍යයේ පථය කුමක් ද?

$O\hat{C}B=90^0$ (ස්පර්ශ ලක්ෂ්‍යයේ දී ඇඳි අරය ස්පර්ශකයට ලම්බ නිසා)

OCB සෘජුකෝණික ත්‍රිකෝණයට පයිතගරස් ප්‍රමේයය යෙදීමෙන්

$OB^2 = OC^2 + CB^2$

$OB^2 = 5^2 + 12^2 = 25 + 144 = 169$

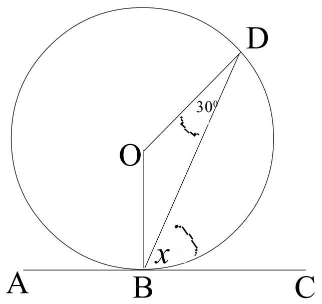
$OB = \sqrt{169} = 13$ cm

- B හි පථය වනුයේ O කේන්ද්‍රය වූ අරය 13cm වන වෘත්තයකි.

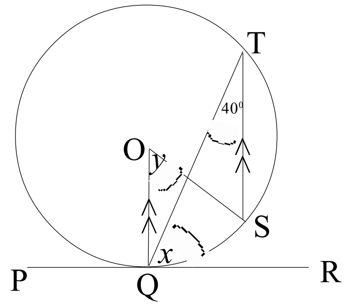
10.1 අභ්‍යාසය

1. පහත රූපසටහන්වල දී ඇති තොරතුරු භාවිත කොට x හා y ලෙස ලකුණුකර ඇති කෝණවල අගය සොයන්න.

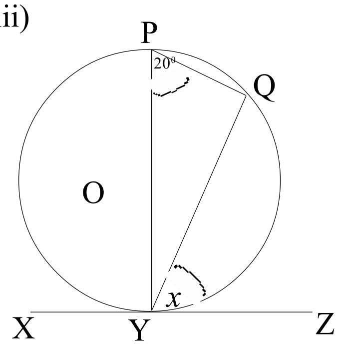
(i)



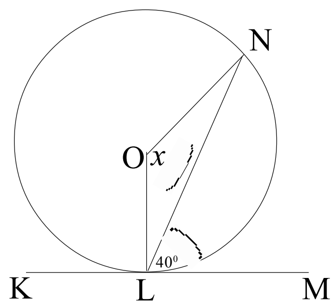
(ii)



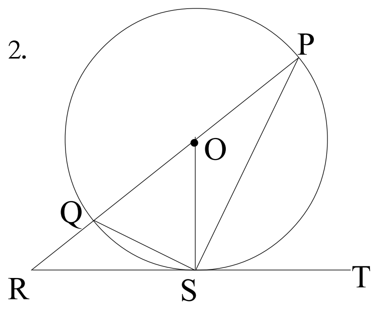
(iii)



(iv)



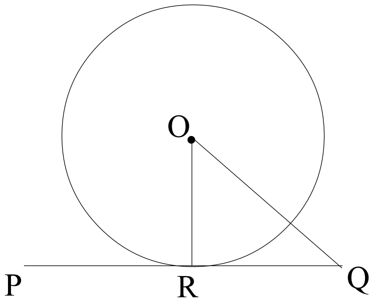
2.



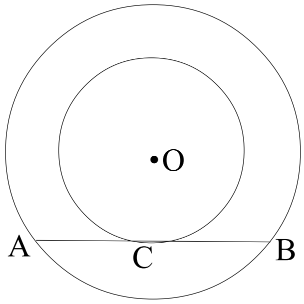
O කේන්ද්‍රය වූ වෘත්තයේ දික් කළ PQ විෂ්කම්භය දික් කළ TS ස්පර්ශකය R හි දී එකිනෙක හමු වේ. $Q\hat{R}S=30^0$ නම් පහත කෝණවල අගය සොයන්න.

(i) $Q\hat{O}S$ (ii) $Q\hat{S}O$ (iii) $Q\hat{S}R$

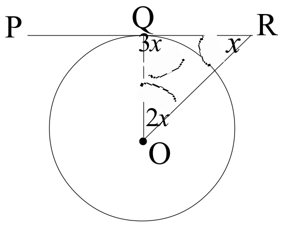
(iv) $Q\hat{P}S$ (v) $P\hat{S}T$

3. 

O කේන්ද්‍රය වූ වෘත්තයට R හි දී ඇඳි ස්පර්ශකය PQ වේ. RQ = 8cm, OQ = 10cm වේ නම් වෘත්තයේ වර්ගඵලය $36\pi\ cm^2$ බව පෙන්වන්න.

4. 

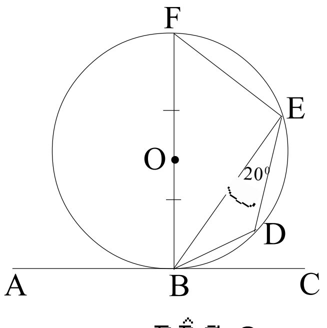
O කේන්ද්‍රය වූ ඒකකේන්ද්‍රීය වෘත්ත දෙකක, විශාල වෘත්තයේ AB ජ්‍යාය කුඩා වෘත්තයට C හි දී ස්පර්ශකයක් වේ. විශාල වෘත්තයේ අරය 5cm ද කුඩා වෘත්තයේ අරය 3cm ද නම් AB ජ්‍යායේ දිග ගණනය කරන්න.

5. 

O කේන්ද්‍රය වන වෘත්තයට PQ රේඛාව Q හි දී හමු වේ. දී ඇති දත්ත ඇසුරෙන් PR රේඛාව වෘත්තයට ස්පර්ශකයක් බව පෙන්වන්න.

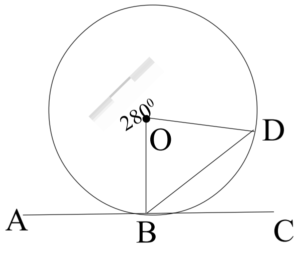
6. රූපසටහන්වල දී ඇති දත්ත අනුව, සඳහන් කර ඇති කෝණවල අගයන් සොයන්න. O මගින් වෘත්ත කේන්ද්‍ර දැක්වෙන අතර AC රේඛා B හි දී වෘත්ත ස්පර්ශ කරයි.

(i)



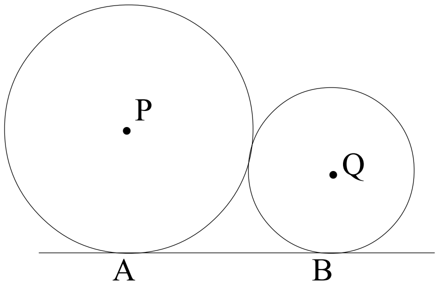
$D\hat{B}C$ හි අගය

(ii)



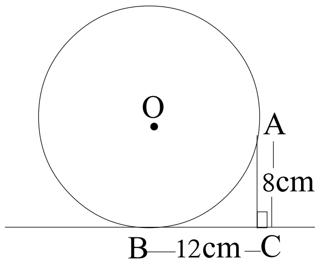
$D\hat{B}C$ හි අගය

7.



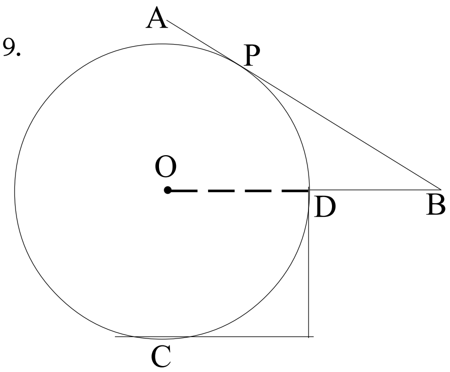
එකිනෙක ස්පර්ශ වන P හා Q කේන්ද්‍ර වශයෙන් වූ වෘත්ත දෙකක අරයන් පිළිවෙළින් 12cm හා 3cm වේ. රේඛාවක් A හා B හි දී එම වෘත්ත දෙක ස්පර්ශ කරයි නම් PQ දිග සොයන්න.

8.



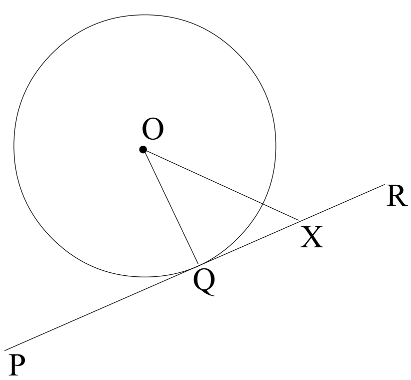
සිරස් තලයක පිහිටා ඇති O කේන්ද්‍රය වූ වෘත්තයට B හි දී ඇඳි ස්පර්ශකයේ සිට 8cm ඉහළින් වෘත්තය මත A ලක්ෂ්‍යය පිහිටා ඇත. රූපයේ දැක්වෙන මෙම දත්ත ඇසුරෙන් වෘත්තයේ අරය සොයන්න.

9.



O කේන්ද්‍රය වූ වෘත්තයේ අරය 5cm වන අතර AB රේඛාව P හි දී වෘත්තය ස්පර්ශ කරයි. PB = 12 cm හා O, D, B එකම සරල රේඛාවේ පිහිටයි නම් DB දිග සොයන්න.

වෘත්තයක් මත වූ ලක්ෂ්‍යයක් ඔස්සේ අරයට ලම්බව ඇඳි සරල රේඛාව වෘත්තයට ස්පර්ශකයක් වේ යන ප්‍රමේයය විධිමත්ව සාධනය කරමු.



දත්තය : කේන්ද්‍රය O වන වෘත්තයක OQ අරයක් වේ. PR රේඛාව OQ ට ලම්බ වේ.

සා.ක.යු. : QR රේඛාව වෘත්තයේ ස්පර්ශකයක් බව.

නිර්මාණය : QR රේඛාව මත X නම් ඕනෑම ලක්ෂ්‍යයක් ලකුණු කර OX යා කිරීම.

සාධනය : $O\hat{Q}X$ සෘජුකෝණයකි. (දත්තය)

OQX ත්‍රිකෝණයේ ඉතිරි කෝණ යුගලයේ එක් එක් කෝණය සෘජුකෝණයකට වඩා කුඩා වේ.

$\therefore O\hat{X}Q < O\hat{Q}X$

$\therefore$ OQ < OX (විශාලතර පාදය විශාලතර කෝණයට සම්මුඛව පිහිටයි)

නමුත් OQ වෘත්තයේ අරයකි.

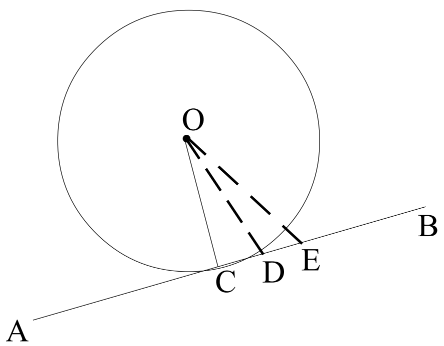
$\therefore$ OX අරයකට වඩා වශාලතර වේ.

$\therefore$ X වෘත්තයට බාහිරව පිහිටයි.

මෙලෙස PR මත පිහිටි Q හැර ඕනෑම ලකෂ්‍යයක් වෘත්තයෙන් බාහිරව පිහිටයි.

$\therefore$ PR රේඛාව Q හි දී වෘත්තය ස්පර්ශ කරයි.

වෘත්තයක ස්පර්ශකයක්, ස්පර්ශ ලක්ෂ්‍ය හරහා ඇඳි අරයට ලම්බ වේ යන ප්‍රමේයය විධිමත්ව සාධනය කරමු. $O\hat{C}B$



දත්තය : O කේන්ද්‍රය වූ වෘත්තය මත වූ C හි දී අඳින ලද ස්පර්ශකය AB වේ.

සා. ක. යු. : සෘජුකෝණයක් බව.

නිර්මාණය : OC අරය AB ට ලම්බ නොවේ යැයි උපකල්පනය කර O සිට AB ට ලම්බ වන පරිදි OD රේඛාව ඇඳීම. CD = DE වන පරිදි AB මත E ලක්ෂ්‍යය ලකුණු කර OE යා කිරීම.

සාධනය : නිර්මාණයට අනුව OD රේඛාව CE හි ලම්බ සමච්ඡේදකය වේ.

$\therefore$ OC = OE

$\therefore$ E වෘත්තය මත ලක්ෂ්‍යයක් විය යුතු ය.

AB රේඛාව වෘත්තය C හා E ලක්ෂ්‍ය දෙකේ දී ඡේදනය කරයි.

ACB ස්පර්ශකයක් බැවින් මෙය සිදුවිය නොහැකි ය.

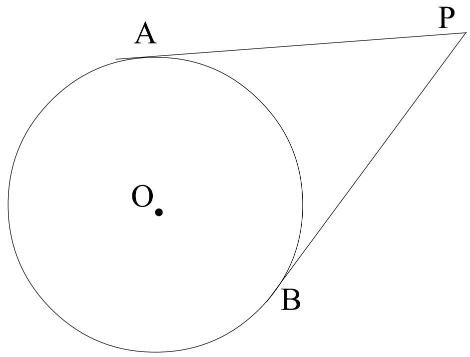
ඒ අනුව මුල් උපකල්පනය අසත්‍ය වේ.

$\therefore$ OC රේඛාව AB ට ලම්බ වේ.

එනම් $O\hat{C}B$ සෘජුකෝණයකි.

10.2 බාහිර ලක්ෂ්‍යයක සිට වෘත්තයකට ඇඳි ස්පර්ශක

බාහිර ලක්ෂ්‍යයක සිට වෘත්තයකට ස්පර්ශක දෙකක් ඇඳිය හැකි ය.



O කේන්ද්‍රය වූ වෘත්තයට P බාහිර ලක්ෂ්‍යයේ සිට ඇඳි ස්පර්ශක යුගලය PA හා PB වේ. A හා B ස්පර්ශ ලක්ෂ්‍ය වේ.

- APB කෝණය ස්ර්ශක අතර කෝණය ලෙස හැඳින් වේ.
- AOP හා BOP කෝණ ස්ර්ශක දෙක කේන්ද්‍රයේ ආපාතනය කරන කෝණ ලෙස හැඳින් වේ.

ප්‍රමේයය

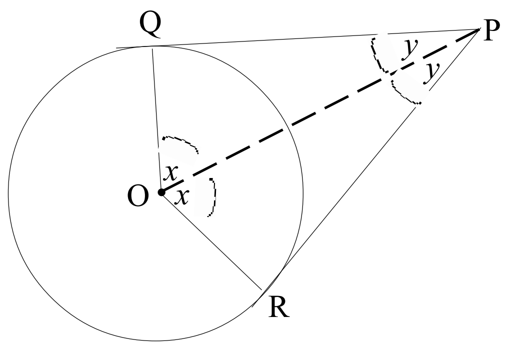
බාහිර ලක්ෂ්‍යයක සිට වෘත්තයකට ස්පර්ශක දෙකක් අඳිනු ලැබේ නම්,

(i) ස්පර්ශක දෙක දිගින් සමාන වේ.

(ii) ස්පර්ශක දෙක කේන්ද්‍රයේ ආපාතනය කරන කෝණ සමාන වේ.

(iii) බාහිර ලක්ෂ්‍යය හා කේන්ද්‍රය යා කරන රේඛාව ස්පර්ශක දෙක අතර පිහිටි කෝණය සමච්ඡේදනය කරයි.

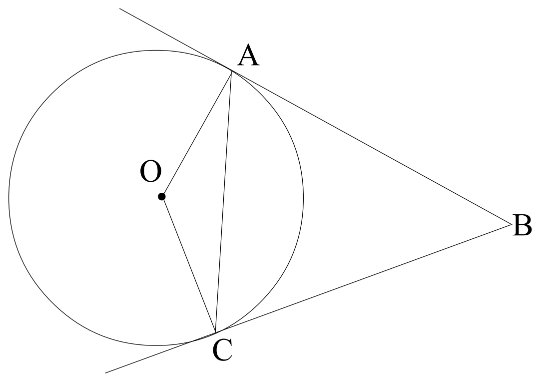
ඉහත සඳහන් කරන ලද ප්‍රමේයය මගින් ප්‍රකාශ වන ප්‍රතිඵලයන් පහත ආකාරයට තවදුරටත් පැහැදිලි කර ගත හැකි වේ.



O කේන්ද්‍රය වූ වෘත්තයට P බාහිර ලක්ෂ්‍යයේ සිට ඇඳි ස්පර්ශක PQ හා PR වන විට ප්‍රමේයයට අනුව

i. PQ = PR වේ
ii. $P\hat{O}Q = P\hat{O}R$ වේ.
iii. $Q\hat{P}O = O\hat{P}R$ වේ.

නිදසුන 1



O කේන්ද්‍රය වූ වෘත්තයේ BA හා BC යනු ස්පර්ශක දෙකක් වේ. A හා C ස්පර්ශ ලක්ෂ්‍ය වේ.
$A\hat{O}C = 80^0$ කි.

(i) රූපයේ ඇති සම ද්විපාද ත්‍රිකෝණ දෙකක් නම් කරන්න.
(ii) OABC වෘත්ත චතුරස්‍රක් බව පෙන්වන්න.
(iii) $A\hat{C}B$ හි අගය සොයන්න.
(iv) $A\hat{B}C$ හි අගය සොයන්න.

පිළිතුරු

1. (i) OA = OC (අරයන්)
$\therefore$ OAC සම ද්විපාද ත්‍රිකෝණයකි.
BA = BC (B සිට වෘත්තයට ඇඳි ස්පර්ශක දිගෙන් සමාන වේ)
$\therefore$ ABC සම ද්විපාද ත්‍රිකෝණයකි.

(ii) $O\hat{A}B = O\hat{C}B = 90^0$ (අරය හා ස්පර්ශකය අතර කෝණය = 90^0)
$\therefore O\hat{A}B + O\hat{C}B = 90^0 + 90^0 = 180^0$
$\therefore$ OABC චතුරස්‍රයේ සම්මුඛ කෝණ පරිපූරක වේ.
$\therefore$ OABC වෘත්ත චතුරස්‍රයක් වේ.

(iii) $O\hat{C}A = O\hat{A}C$ (OA = OC නිසා)

$$\therefore O\hat{C}A = O\hat{A}C = \frac{180\text{-}80}{2} = 50^0$$

$O\hat{C}B = 90^0$ (OC $\perp$ CB නිසා)

$\therefore\ O\hat{C}A + A\hat{C}B = 90^0$

$\therefore\ A\hat{C}B = 90^0 - 50^0 = 40^0$

(iv) ABC ත්‍රිකෝණයේ BA = BC (B සිට වෘත්තයට ඇඳි ස්පර්ශක)

$\therefore\ B\hat{C}A = C\hat{A}B$

$\therefore\ B\hat{C}A + C\hat{A}B + A\hat{B}C = 180^0$ (ත්‍රිකෝණයක අභ්‍යන්තර කෝණවල ඓක්‍යය)

$40^0 + 40^0 + A\hat{B}C = 180^0$

$\therefore\ A\hat{B}C = 100^0$

හෝ

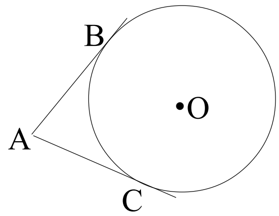
OABC වෘත්ත චතුරස්‍රයක් බැවින්

$C\hat{O}A + A\hat{B}C = 180^0$ (වෘත්ත චතුරස්‍රයේ සම්මුඛ කෝණ පරිපූරකයි)

$80^0 + A\hat{B}C = 180^0$

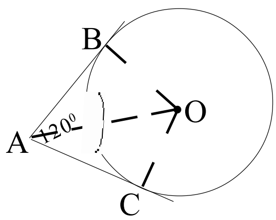
$A\hat{B}C = 100^0$

නිදසුන 2



O කේන්ද්‍රය වූ වෘත්තයට A සිට ඇඳි ස්පර්ශක දෙක B හා C හි දී වෘත්තය ස්පර්ශ කරයි. $B\hat{A}C = 120^0$ නම් OA = 2 AC බව පෙන්වන්න.

පිළිතුර



$O\hat{A}C = \frac{1}{2} B\hat{A}C = \frac{1}{2} \times 120^0 = 60^0$ (AO මගින් $B\hat{A}C$ සමච්ඡේදනය වන බැවින්)

$OC \perp AC$ (AC ස්පර්ශකයක් බැවින්)

AOC සෘජුකෝණී ත්‍රිකෝණයේ

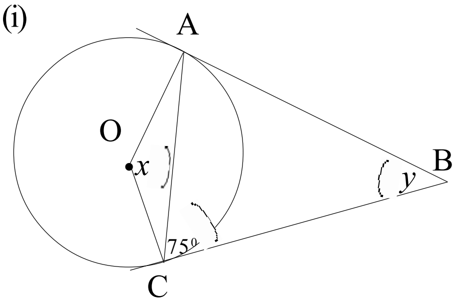
$\cos 60^0 = \frac{AC}{AO}$

$\frac{1}{2} = \frac{AC}{AO}$ $\therefore\ AO = 2AC$

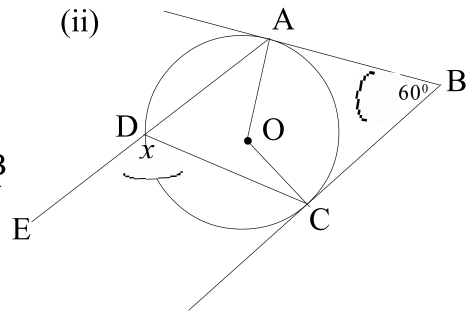
10.2 අභ්‍යාසය

1. පහත දැක්වෙන රූපවල x හා y අකුරුවලින් දක්වා ඇති කෝණවල අගයන් සොයන්න. (O මගින් වෘත්තයේ කේන්ද්‍රය දැක් වේ)

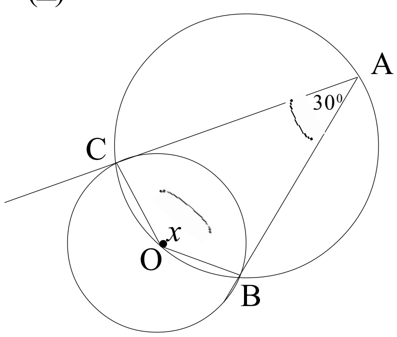
(i)



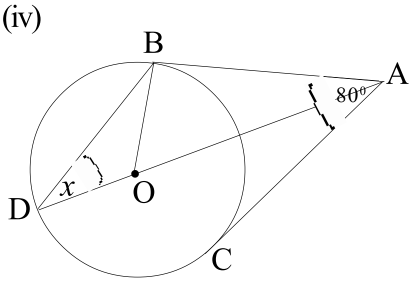
(ii)



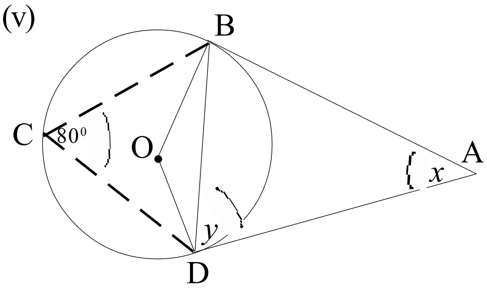
(iii)



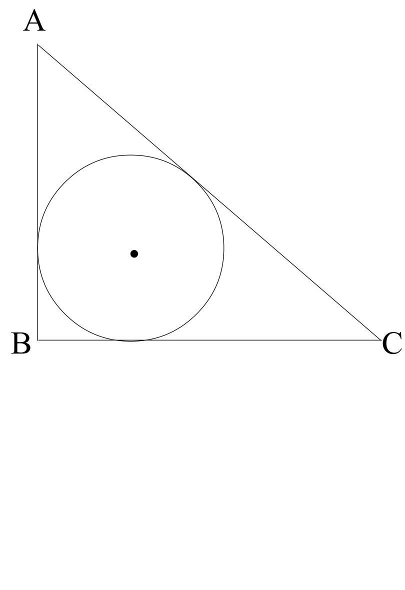
(iv)

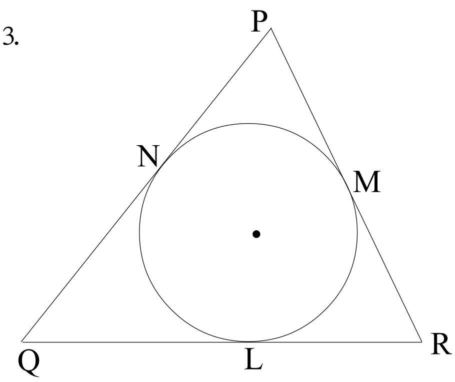


(v)



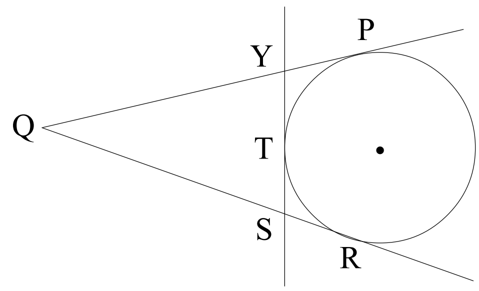
2. ABC සෘජුකෝණී ත්‍රිකෝණයේ $AB = 10\text{ cm}$, $BC = 24\text{ cm}$ වේ. මෙහි අන්තර් වෘත්තයේ අරය සොයන්න.

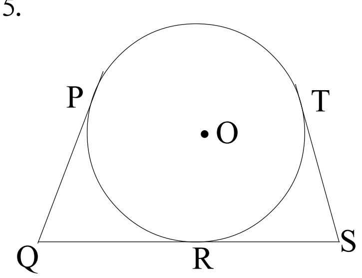


3. 

PQR ත්‍රිකෝණයේ අන්තර් වෘත්තය PQ, QR, RP පාද පිළිවෙළින් N, L, M ලක්ෂ්‍යවල දී ස්පර්ශ කරයි. QL = 3 cm, LR = 4 cm ද PM = 5 cm ද නම් PQR ත්‍රිකෝණයේ පරිමිතිය සොයන්න.

4. O කේන්ද්‍රය වූ වෘත්තයට Q සිට QR හා QP ස්පර්ශක ඇඳ ඇත. P හා R ස්පර්ශ ලක්ෂ්‍ය වේ. T හි දී වෘත්තයට ඇඳි ස්පර්ශකය QP හා QR පිළිවෙළින් Y හා S හි දී හමු වේ. QP = 12 cm නම් QSY ත්‍රිකෝණයේ පරිමිතිය ගණනය කරන්න.



5. 

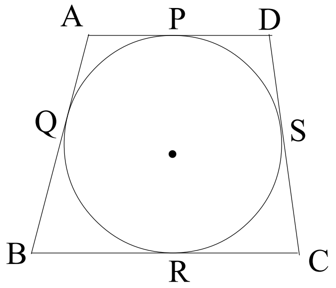
PQ, QS හා ST O කේන්ද්‍රය වූ වෘත්තයට ඇඳි ස්පර්ශක වේ. වෘත්තයේ අරය 5 cm ද PQ = 6 cm ද QS = 10 cm නම්,

(i) TS දිග සොයන්න.

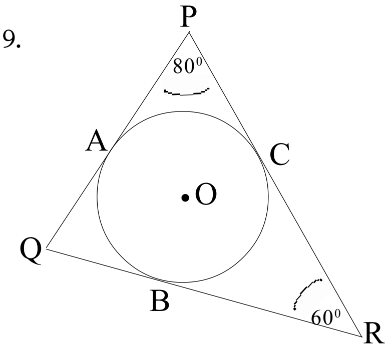
(ii) POTSQ සංවෘත රූපයේ පරිමිතිය සොයන්න.

6. PQR සෘජුකෝණී ත්‍රිකෝණයේ $P\hat{Q}R = 90^0$ ද PR = 13 cm ද PQ = 12 cm ද වේ. මෙම ත්‍රිකෝණයේ අන්තර්වෘත්තයට අයත් නොවන ත්‍රිකෝණය තුළ වූ ප්‍රදේශයේ වර්ගඵලය සොයන්න.

7. කේන්ද්‍රය P වූ වෘත්තයක අරය 5 cm ද, කේන්ද්‍රය Q වූ වෘත්තයක අරය 12 cm ද වේ. මෙම වෘත්ත දෙක S හි දී එකිනෙක ඡේදනය වේ. S හි දී Q ට ඇඳි ස්පර්ශකය P හරහා ද P ට ඇඳි ස්පර්ශකය Q හරහා ද ගමන් කරයි නම් වෘත්තවල කේන්ද්‍ර අතර දුර ගණනය කරන්න.

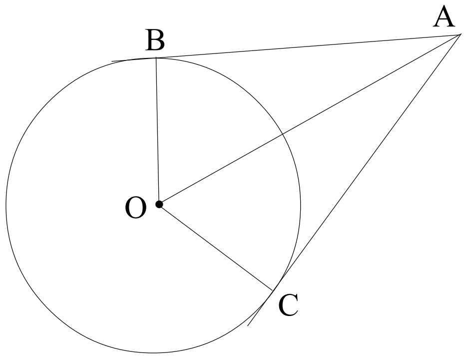
8. 

AB, BC, CD හා DA ස්පර්ශක හා වෘත්තය පිළිවෙළින් Q, R, S, හා P හි දී ස්පර්ශ වේ. AP = 4 cm, DS = 4 cm, SC = 5 cm, BQ = 3 cm නම් ABCD චතුරස්‍රයේ පරිමිතිය ගණනය කරන්න.

9. 

PQR ත්‍රිකෝණයේ අන්තර් වෘත්තය හා PQ, QR හා RP පාද පිළිවෙළින් A, B හා C ලක්ෂ්‍යයන්හි දී ස්පර්ශ වේ. වෘත්තයේ කේන්ද්‍රය O නම් AOB කෝණයේ අගය සොයන්න.

බාහිර ලක්ෂ්‍ය ප්‍රමේයය විධිමත්ව සාධනය කරමු



AB = AC දත්තය : O කේන්ද්‍රය වූ වෘත්තයට A බාහිර ලක්ෂ්‍යයේ සිට AB, AC ස්පර්ශක දෙක ඇඳ ඇත. B හා C ස්පර්ශ ලක්ෂ්‍ය වේ.

සා.ක.යු. : (i) $AB = AC$

(ii) $A\hat{O}B = A\hat{O}C$

(iii) $O\hat{A}B = O\hat{A}C$ බව

සාධනය : $O\hat{B}A$ සහ $O\hat{C}A$ සෘජුකෝණ වේ. (ස්පර්ශකය අරයට ලම්බ නිසා)

AOB හා AOC සෘජුකෝණී ත්‍රිකෝණවල

OB = OC (එකම වෘත්තයේ අරය)

OA පොදු පාදය

$\therefore AOB\ \Delta \equiv AOC\ \Delta$ (කර්ණ පාද අවස්ථාව)

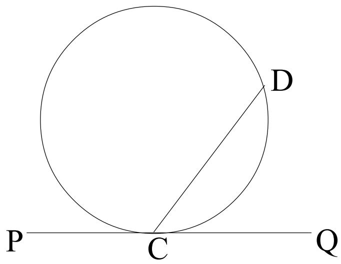
$\therefore$ (i) (අංගසම ත්‍රිකෝණවල අනුරූප අංග)

(ii) $A\hat{O}B = A\hat{O}C$ (අංගසම ත්‍රිකෝණවල අනුරූප අංග)

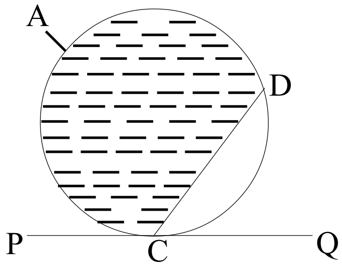
(iii) $O\hat{A}B = O\hat{A}C$ (අංගසම ත්‍රිකෝණවල අනුරූප අංග)

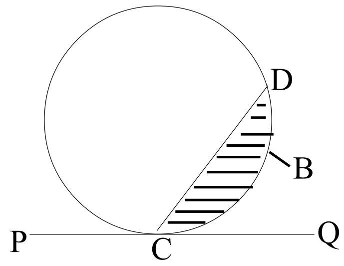
10.3 වෘත්ත ඛණ්ඩයක කෝණ

ඒකාන්තර වෘත්ත ඛණ්ඩය



වෘත්තයට C හි දී අඳින ලද ස්පර්ශකය PQ වේ. C හරහා අඳින ලද ඕනෑම ජ්‍යායක් CD වේ.

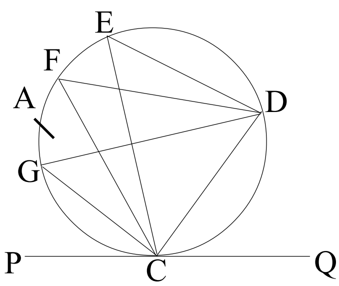


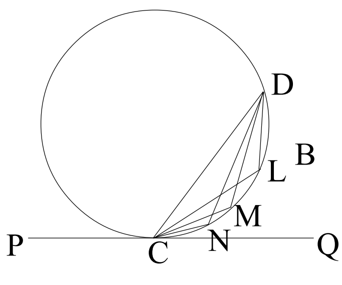


CD ජ්‍යායෙන් $D\hat{C}Q$ ට විරුද්ධ පැත්තේ පිහිටි CAD වෘත්ත ඛණ්ඩය $D\hat{C}Q$ අනුබද්ධයෙන් (සාපේක්ෂව) ඒකාන්තර වෘත්ත ඛණ්ඩය ලෙස හැඳින් වේ.

CD ජ්‍යායෙන් $D\hat{C}P$ ට විරුද්ධ පැත්තේ පිහිටි CBD වෘත්ත ඛණ්ඩය $D\hat{C}P$ අනුබද්ධයෙන් (සාපේක්ෂව) ඒකාන්තර වෘත්ත ඛණ්ඩය ලෙස හැඳින් වේ.

ඒකාන්තර වෘත්ත ඛණ්ඩයේ කෝණ





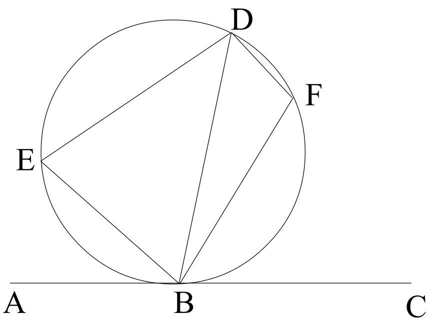
$D\hat{C}Q$ කෝණය අනුබද්ධයෙන්, CAD චාපය මත CD ජ්‍යායෙන් ආපාතිත කරනු ලබන කෝණ, $D\hat{C}Q$ කෝණය අනුබද්ධයෙන් ඒකාන්තර වෘත්ත ඛණ්ඩය මත පිහිටි කෝණ ලෙස හැඳින් වේ.

$D\hat{C}P$ කෝණය අනුබද්ධයෙන්, DBC චාපය මත CD ජ්‍යායෙන් ආපාතිත කරනු ලබන කෝණ, $D\hat{C}P$ කෝණය අනුබද්ධයෙන් ඒකාන්තර වෘත්ත ඛණ්ඩය මත පිහිටි කෝණ ලෙස හැඳින් වේ.

මේ අනුව, $D\hat{C}Q$ අනුබද්ධයෙන් ඒකාන්තර වෘත්ත ඛණ්ඩයේ කෝණ $D\hat{E}C, D\hat{F}C$ හා $D\hat{G}C$ වේ.

$D\hat{C}P$ අනුබද්ධයෙන් ඒකාන්තර වෘත්ත ඛණ්ඩයේ කෝණ $D\hat{L}C, D\hat{M}C$ හා $D\hat{N}C$ වේ.

ප්‍රමේයය
වෘත්තයකට ඇඳි ස්පර්ශකයත් ස්පර්ශ ලකෂ්‍යයේ දී ඇඳි ජ්‍යායත් අතර කෝණය ඒකාන්තර වෘත්ත ඛණ්ඩයේ කෝණයට සමාන වේ.



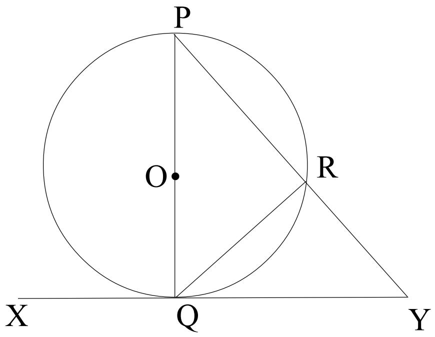
රූපයේ දැක්වෙන පරිදි B හි දී වෘත්තයට අඳිනු ලබන ස්පර්ශකය ABC වේ. BD යනු ස්පර්ශ ලක්ෂ්‍යයේ දී ඇඳි ජ්‍යායකි. BD ජ්‍යාය හා ස්පර්ශකය අතර කෝණය වන $D\hat{B}C$, එම කෝණය අනුබද්ධයෙන් ඒකාන්තර වෘත්ත ඛණ්ඩයේ කෝණය වන $B\hat{E}D$ හි අගයට සමාන වන බවත්,

$D\hat{B}A$ හි අගය, $D\hat{B}A$ අනුබද්ධයෙන් ඒකාන්තර වෘත්ත ඛණ්ඩයේ කෝණය වන $D\hat{F}B$ හි අගයට සමාන වන බවත් ප්‍රමේයයෙන් ප්‍රකාශ වේ.

එනම් $D\hat{B}C = D\hat{E}B$

$D\hat{B}A = D\hat{F}B$ වේ.

නිදසුන 1



O කේන්ද්‍රය වූ වෘත්තයේ PQ විෂ්කම්භයක් වන අතර Q හි දී ඇඳි ස්පර්ශකය XY වේ. PY රේඛාව වෘත්තය R හි දී ඡේදනය කරයි.

(i) PQR හා QRY ත්‍රිකෝණ සමකෝණී බව

(ii) $QR^2 = PR \cdot RY$ බව පෙන්වන්න.

PQR හා QRY ත්‍රිකෝණවල

$P\hat{R}Q = 90^0$ (අර්ධ වෘත්තයක පිහිටි කෝණය)

$P\hat{R}Q + Q\hat{R}Y = 180^0$ (සරල රේඛාවක් මත පිහිටි බද්ධ කෝණ)

$\therefore \; Q\hat{R}Y = 90^0$

$\therefore \; P\hat{R}Q = Q\hat{R}Y$

$Q\hat{P}R = R\hat{Q}Y$ (ඒකාන්තර වෘත්ත ඛණ්ඩ ප්‍රමේයය)

$P\hat{Q}R = R\hat{Y}Q$ (ත්‍රිකෝණ දෙකෙහි ඉතිරි කෝණ සමාන වේ)

PQR හා QRY සමකෝණී වේ.

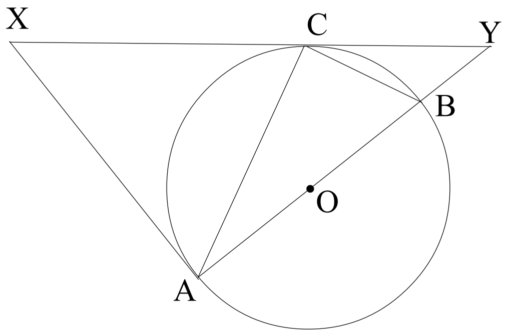
(ii) PQR හා QRY සමකෝණී බැවින් අනුරූප පාද සමානුපාතික වේ.

$$\frac{PQ}{QY} = \frac{QR}{RY} = \frac{PR}{QR}$$

$$\frac{QR}{RY} = \frac{PR}{QR} \Rightarrow QR^2 = PR \cdot RY$$ වේ.

නිදසුන 2

$\therefore$



O කේන්ද්‍රය වූ වෘත්තයේ AB විෂ්කම්භයක් වේ. X සිට වෘත්තයට අඳින ලද ස්පර්ශක දෙක A හා C හි දී වෘත්තය ස්පර්ශ කරයි. දික් කළ AB හා දික් කළ XC, Y හි දී හමු වේ. $C\hat{A}B = 35^0$ නම් පහත කෝණවල අගයන් සොයන්න.

(i) $C\hat{A}X$

(ii) $A\hat{X}C$

(iii) $B\hat{C}Y$

(i) $X\hat{A}O = 90^0$ (ස්පර්ශකය $\perp$ අරය)

$\therefore \; X\hat{A}C = 90^0 - 35^0 = 55^0$

(ii) $A\hat{C}X = X\hat{A}C$ (XA = XC නිසා)

$\therefore A\hat{X}C = 180^0 - 2\,X\hat{A}C$

$= 180^0 - 2 \times 55^0$

$= 180^0 - 110^0 = 70^0$

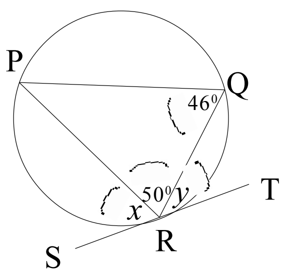
(iii) $B\hat{C}Y = B\hat{A}C$ (ඒකාන්තර වෘත්ත ඛණ්ඩයේ කෝණ)

$\therefore B\hat{C}Y = 35^0$

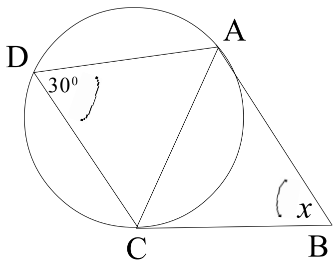
10.3 අභ්‍යාසය

1. පහත දැක්වෙන රූපවල x හා y වලින් දක්වා ඇති කෝණවල විශාලත්ව ගණනය කරන්න.

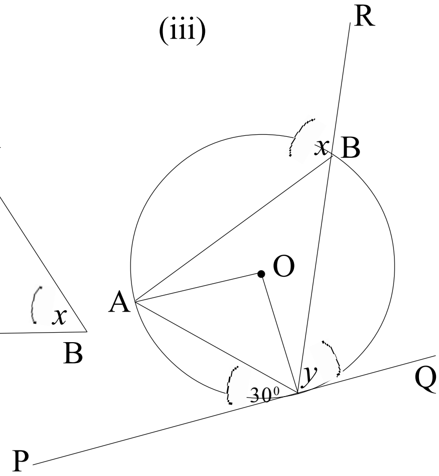
(i)



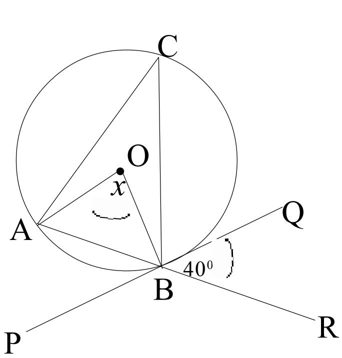
(ii)



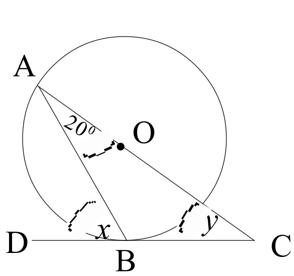
(iii)



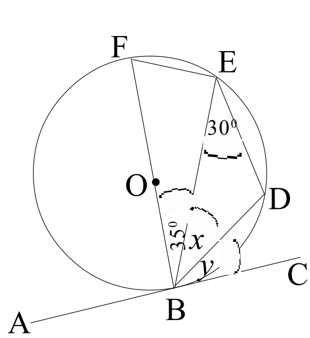
(iv)



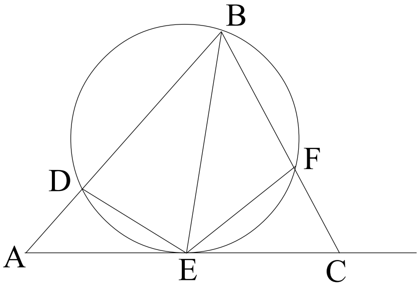
(v)



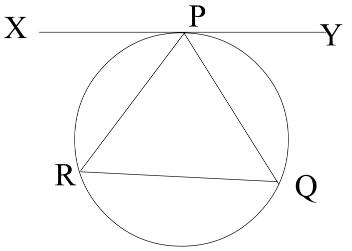
(vi)



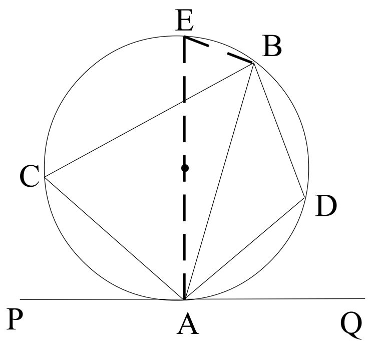
2. AEC, E හි දී වෘත්තයට ඇඳි ස්පර්ශකය වේ. BE මගින් $D\hat{B}F$ කෝණය සමච්ඡේදනය කෙරේ නම් $A\hat{E}D = C\hat{E}F$ බව පෙන්වන්න.



3. PQR ත්‍රිකෝණයේ PQ = PR වේ. P හි දී වෘත්තයට අඳිනු ලබන XY ස්පර්ශකය RQ ජ්‍යායට සමාන්තර වන බව පෙන්වන්න.



වෘත්තයකට ඇඳි ස්පර්ශකයත් ස්පර්ශ ලක්ෂ්‍යයේ දී ඇඳි ජ්‍යායත් අතර කෝණය ඒකාන්තර වෘත්ත ඛණ්ඩයේ කෝණයට සමාන වේ යන ප්‍රමේයය විධිමත්ව සාධනය කරමු.



දත්තය : PAQ රේඛාව A හි දී වෘත්තය ස්පර්ශ කරන අතර AB ජ්‍යායකි. ACB හා ADB වෘත්ත ඛණ්ඩ වේ.

සා. ක. යු. : (i) $B\hat{A}Q = B\hat{C}A$

(ii) $B\hat{A}P = B\hat{D}A$ බව

නිර්මාණය : AE විෂ්කම්භය ඇඳීම හා EB යා කිරීම.

සාධනය :

(i) $E\hat{A}Q = 90^0$ (අරය ස්පර්ශකයට ලම්බ නිසා)

$E\hat{A}Q = E\hat{A}B + B\hat{A}Q$

$\therefore E\hat{A}B + B\hat{A}Q = 90^0$ ——— (1)

$E\hat{B}A = 90^0$ (අර්ධ වෘත්තයේ කෝණ)

$\therefore B\hat{E}A + E\hat{A}B = 90^0$ ———— (2)

(1) හා (2) න් $E\hat{A}B + B\hat{A}Q = B\hat{E}A + E\hat{A}B$

$\therefore B\hat{A}Q = B\hat{E}A$

නමුත් $B\hat{E}A = B\hat{C}A$ (එකම වෘත්ත ඛණ්ඩයේ කෝණ)

$\therefore \quad B\hat{A}Q = B\hat{C}A$

(ii) $B\hat{A}P + B\hat{A}Q = 180^0$ ———(3) (සරල රේඛාවක් මත පිහිටි බද්ධ කෝණ)

$B\hat{D}A + B\hat{C}A = 180^0$ ———(4) (වෘත්ත චතුරස්‍රයක සම්මුඛ කෝණ)

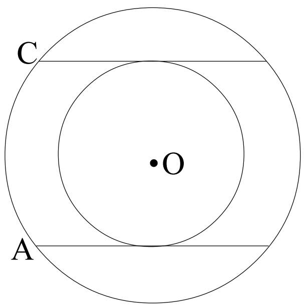
නමුත් $B\hat{C}A = B\hat{A}Q$ (ඉහත සාධවනය කර ඇත)

(3) හා (4) න් $B\hat{A}P + B\hat{A}Q = B\hat{D}A + B\hat{C}A$

$\therefore B\hat{A}P = B\hat{D}A$

10. මිශ්‍ර අභ්‍යාසය

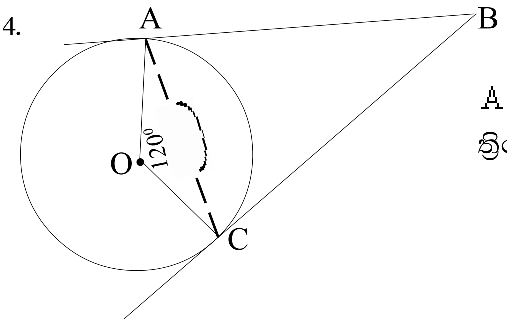
1. O කේන්ද්‍රය වූ වෘත්තය මත P, Q ලක්ෂ්‍ය පිහිටා ඇත්තේ OPQ සමපාද ත්‍රිකෝණයක් වන පරිදි ය. PQ = QR වන පරිදි OQ පාදය R දක්වා දික්කර ඇත. PR රේඛාව P හි දී වෘත්තයට ස්පර්ශකයක් වන බව පෙන්වන්න.

2. 

O කේන්ද්‍රය වූ ඒක කේන්ද්‍රීය වෘත්ත දෙකකි. විශාල වෘත්තයේ ජ්‍යායන් දෙකක් වන AB හා CD කුඩා වෘත්තයේ සපර්ශකයන් ද වේ. CD හා AB දිගින් සමාන බව ඔප්පු කරන්න.

3. O කේන්ද්‍රය වූ වෘත්තයේ POQ විෂ්කම්භයක් වි. වෘත්තය මත වූ P හා Q හි දී වෘත්තයට ඇඳි සපර්ශක APB හා CQD වේ නම් AB හා CD සමාන්තර බව සාධනය කරන්න.

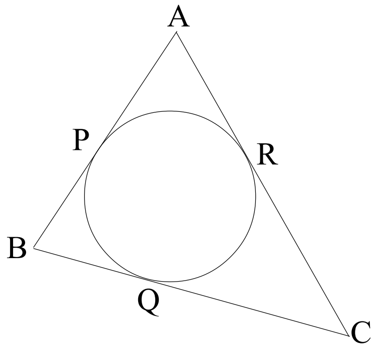
4.



$A\hat{O}C = 120^0$ නම් ABC ත්‍රිකෝණය සමපාද ත්‍රිකෝණයක් බව පෙන්වන්න.

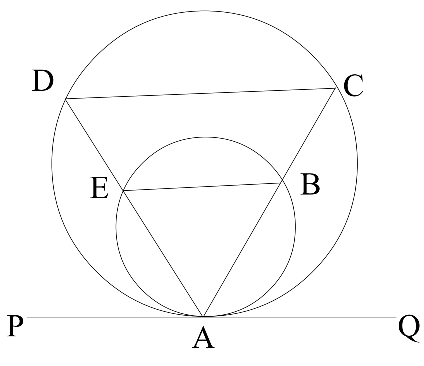
5. වෘත්තයක විෂ්කම්භයේ දෙකෙළවර දී අඳිනු ලබන සමාන්තර ස්පර්ශක දෙක, එම ස්පර්ශක දෙක අතර වූ වෘත්තය මත ලක්ෂ්‍යයක දී අඳිනු ලබන ස්පර්ශකයකින් ඡේදනය වේ නම් එම ඡේදන ලක්ෂ්‍ය දෙක අතර වූ ස්පර්ශකය වෘත්තයේ කේන්ද්‍රයේ සෘජුකෝණයක් ආපාතනය කරන බව සාධනය කරන්න.

6.



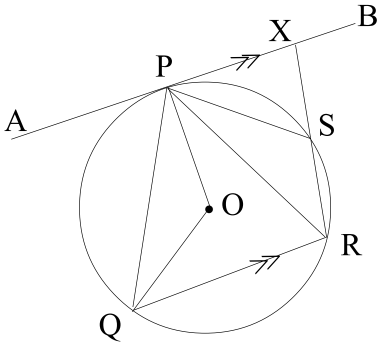
AP + BQ + RC හි අගය ABC ත්‍රිකෝණයේ පරිමිතියෙන් හරි අඩකට සමාන වන බව පෙන්වන්න.

7.



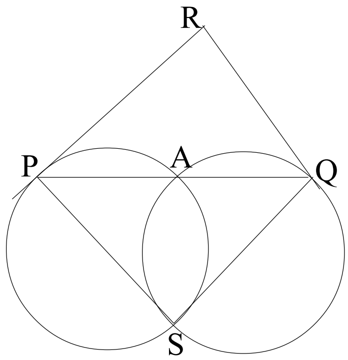
රූපයේ දැක්වෙනනේ A හි දී අභ්‍යන්තරව ස්පර්ශ වන වෘත්ත දෙකකි. PAQ පොදු ස්පර්ශකය වේ. ABE හා ACD ත්‍රිකෝණ සමකෝණී ත්‍රිකෝණ බව සාධනය කරන්න.

8.



QR ජ්‍යායට සමාන්තරව APB ස්පර්ශකය ඇඳ ඇත. P ස්පර්ශ ලක්ෂ්‍යය වේ. PS මගින් $X\hat{S}Q$ සමච්ඡේදනය වන බව පෙන්වන්න.

10.



වෘත්ත දෙකක් A හා S හි දී එකිනෙක ඡේදනය වේ. PAQ සරල රේඛාවක් වන අතර P හා Q හි දී වෘත්තයට අඳින ලද ස්පර්ශක දෙක R හි දී එකින් එක හමු වේ.

PSQR වෘත්ත චතුරස්‍රයක් බව සාධනය කරන්න.

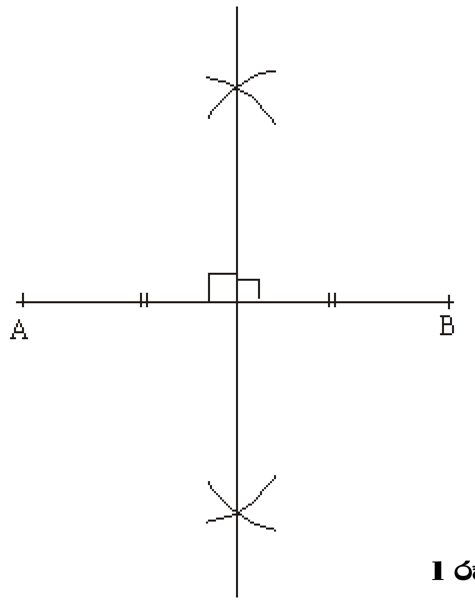
11. නිර්මාණ

මෙම පාඩම හැදෑරීමෙන් පසු ඔබට

- ත්‍රිකෝණයක පරිවෘත්තය නිර්මාණය කිරීමට
- ත්‍රිකෝණයක අන්තර්වෘත්තය නිර්මාණය කිරීමට
- වෘත්තය මත ලක්ෂ්‍යයක දී වෘත්තයට ස්පර්ශකයක් නිර්මාණය කිරීමට
- වෘත්තයෙන් බාහිර ලක්ෂ්‍යයක සිට වෘත්තයට ස්පර්ශක දෙකක් නිර්මාණය කිරීමට

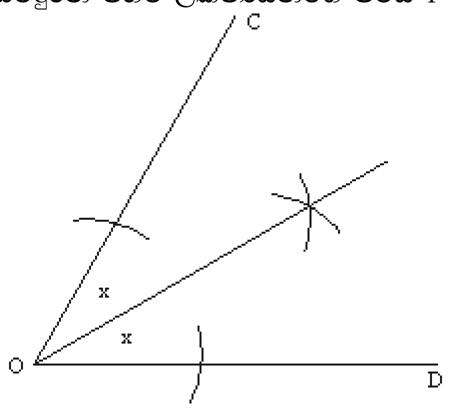
හැකියාව ලැබෙනු ඇත.

11.1 ලක්ෂ්‍ය පථ



1 රූපය

A හා B ට සමදුරින් පිහිටි ලක්ෂ්‍යයන්ගේ පථය 1 රූපයේ දක් වේ.



2 රූපය

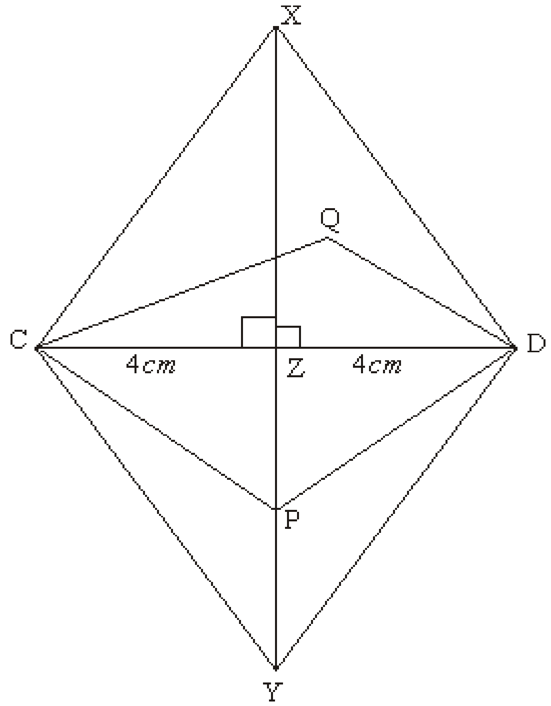
OC හා OD සරල රේඛා දෙකට සම දුරින් පිහිටි ලක්ෂ්‍යයන්ගේ පථය 2 රූපයෙන් දක්වා ඇත.

11.1 අභ්‍යාසය

(1) පහත දී ඇති රූපයේ $CZ = DZ = 4cm$, $XY \perp CD$ වේ.

(i) C හා D ට සමදුරින් ඇති ලක්ෂ්‍ය නම් කරන්න.

(ii) සමාන පාද යුගල නම් කරන්න.



(2) 7cm ක් දිගැති PQ සරල රේඛා ඛණ්ඩයක් අඳින්න. PQහි ලම්බ සමච්ඡේදකය නිර්මාණය කරන්න. PQ විෂ්කම්භය වන වෘත්තයක් නිර්මාණය කරන්න.

(3) 8cm ක් දිගැති LM සරල රේඛා ඛණ්ඩයක් අඳින්න. L හා M ට සම දුරින් පිහිටි ලක්ෂ්‍යයන්ගේ පථය නිර්මාණය කරන්න. L හා M සිට 6cm ක් දුරින් පිහිටි ලක්ෂ්‍යයක් සොයා එය O ලෙස නම් කරන්න. O කේන්ද්‍රය ලෙස ගෙන L හා M හරහා යන වෘත්තය අඳින්න. LM හඳුන්වන්න.

(4) 5cm ක් දිගැති AB සරල රේඛා ඛණ්ඩයක් අඳින්න. A හා B ට සම දුරින් පිහිටි ලක්ෂ්‍යයන්ගේ පථය නිර්මාණය කරන්න. එම පථය මත වූ ලක්ෂ්‍යයක් කේන්ද්‍රය ලෙස ගෙන A හා B හරහා යන වෘත්තයක් අඳින්න. AB හඳුන්වන්න.

(5) $L\hat{O}M=60^0$ ක් වූ කෝණයක් නිර්මාණය කරන්න. O ලක්ෂ්‍යයේ සිට චාපයක් ඇඳීමෙන් බාහු දෙක ඡේදනය කරන්න. බාහු ඡේදනය වූ ලක්ෂ්‍යවල සිට චාප ඇඳීමෙන් එම ලක්ෂ්‍ය දෙකට සමදුරින් පිහිටි ලක්ෂ්‍යයක් ලබාගන්න. එම ලක්ෂ්‍යය කෝණ ශීර්ෂයට යා කරන්න. ඔබ ඇඳි රේඛාව කුමක් දැ යි හඳුන්වන්න.

(6) $P\hat{Q}R=45^0$ ක් වූ කෝණයක් නිර්මාණය කරන්න. එහි කෝණ සමච්ඡේදකය නිර්මාණය කරන්න. කෝණ සමච්ඡේදකය මත ලක්ෂ්‍යයක් M ලෙස නම් කරන්න.

M සිට QR ට ලම්බයක් නිර්මාණය කර QR ට ලම්බය හමුවන ලක්ෂ්‍යය S ලෙස නම් කරන්න. M කේන්ද්‍රය හා MS අරය ලෙස ගෙන වෘත්තයක් අඳින්න.

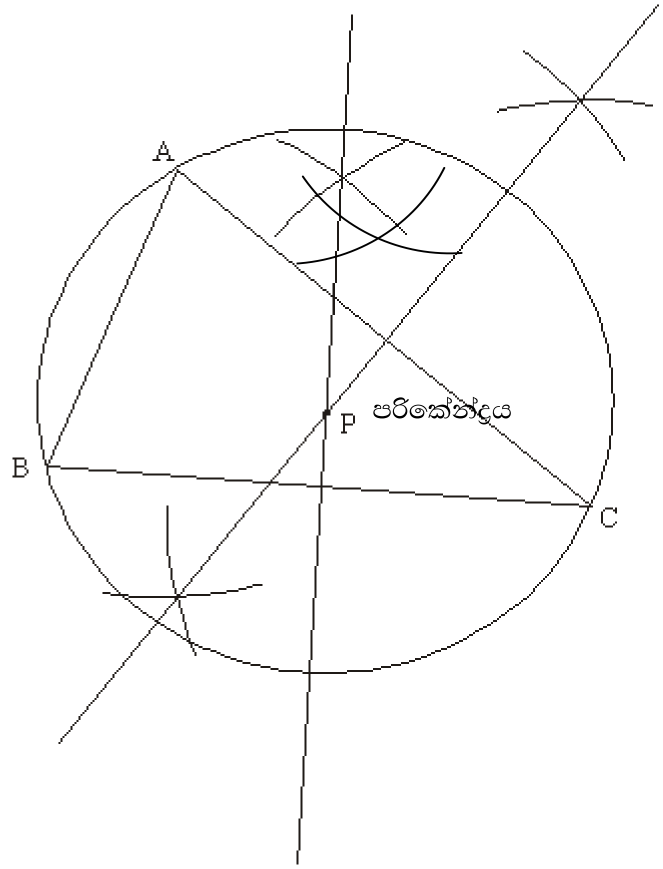
(7) AB = 6 cm, $B\hat{A}C = 75^0$, AC = 9 cm වූ ABC ත්‍රිකෝණය නිර්මාණය කරන්න. A හා B හරහා යන්නා වූ ද, AC මත කේන්ද්‍රය පිහිටියා වූ ද වෘත්තය නිර්මාණය කරන්න.

11.2 ත්‍රිකෝණයක පරිවෘත්තය

ත්‍රිකෝණයක ශීර්ෂ ලක්ෂ්‍ය තුන ම හරහා යන වෘත්තය එම ත්‍රිකෝණයේ පරිවෘත්තය නම් වේ.

ලක්ෂ්‍ය තුනක් හරහා යන සේ ඇඳිය හැක්කේ එකම එක වෘත්තයක් පමණක් බැවින් ත්‍රිකෝණයකට ඇඳිය හැක්කේ එක් පරිවෘත්තයක් පමණි.

පහත දැක්වෙන ABC ත්‍රිකෝණයේ පරිවෘත්තය නිර්මාණය කරමු.



පියවර 1 : AC රේඛාවේ ලම්බ සමච්ඡේදකය නිර්මාණය කරන්න.

පියවර 2 : AB හෝ BC යන රේඛා ඛණ්ඩ දෙකෙන් ඕනෑම රේඛා ඛණ්ඩයක ලම්බ සමච්ඡේදකය නිර්මාණය කරන්න.

පියවර 3 : එම ලම්බ සමච්ඡේදක දෙක ඡේදනය වන ලක්ෂ්‍යය P ලෙස නම් කරන්න.

පියවර 4 : P කේන්ද්‍රය ලෙස ගෙන PA හෝ PB හෝ PC අරය ඇතිව වෘත්තයක් නිර්මාණය කරන්න.

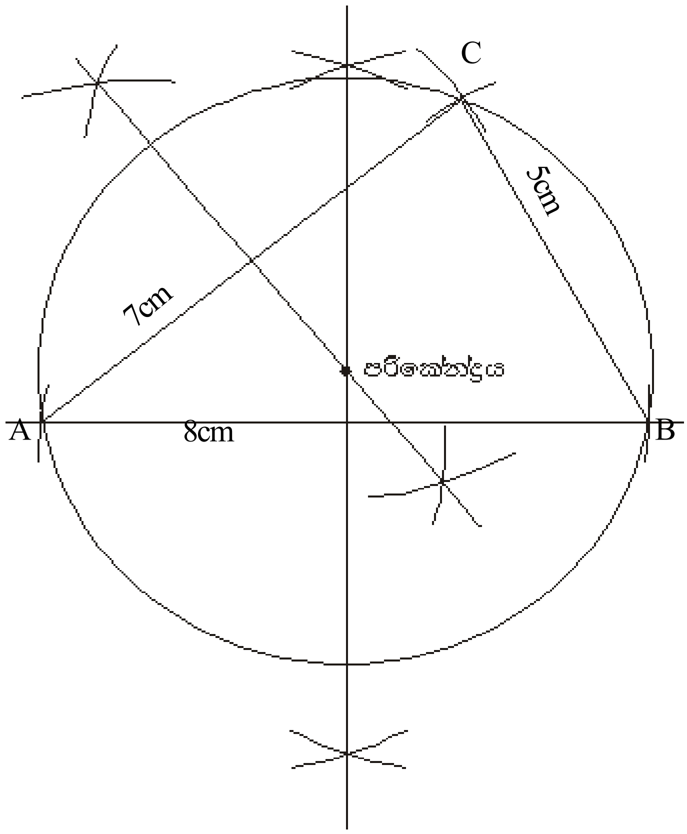
එම වෘත්තය A, B, C ලක්ෂ්‍යය තුනම හරහා යන බව ඔබට පෙනේ.

මෙය ABC ත්‍රිකෝණයේ පරිවෘත්තය යි.

- පරිවෘත්තයේ කේන්ද්‍රය පරිකේන්ද්‍රය ලෙස හඳුන්වයි.

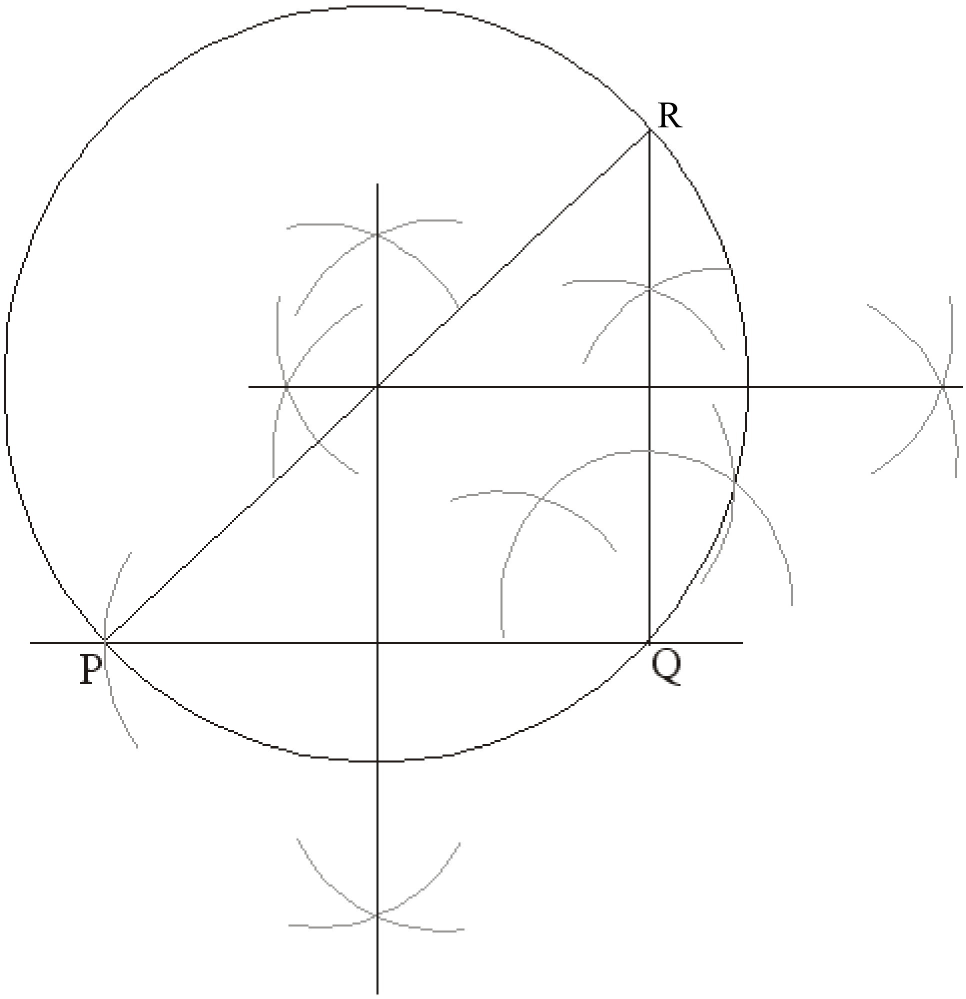
නිදසුන 1

AB = 8 cm , BC = 5 cm , CA = 7 cm වන ABC ත්‍රිකෝණය නිර්මාණය කරන්න. එහි පරිවෘත්තය නිර්මාණය කරන්න.



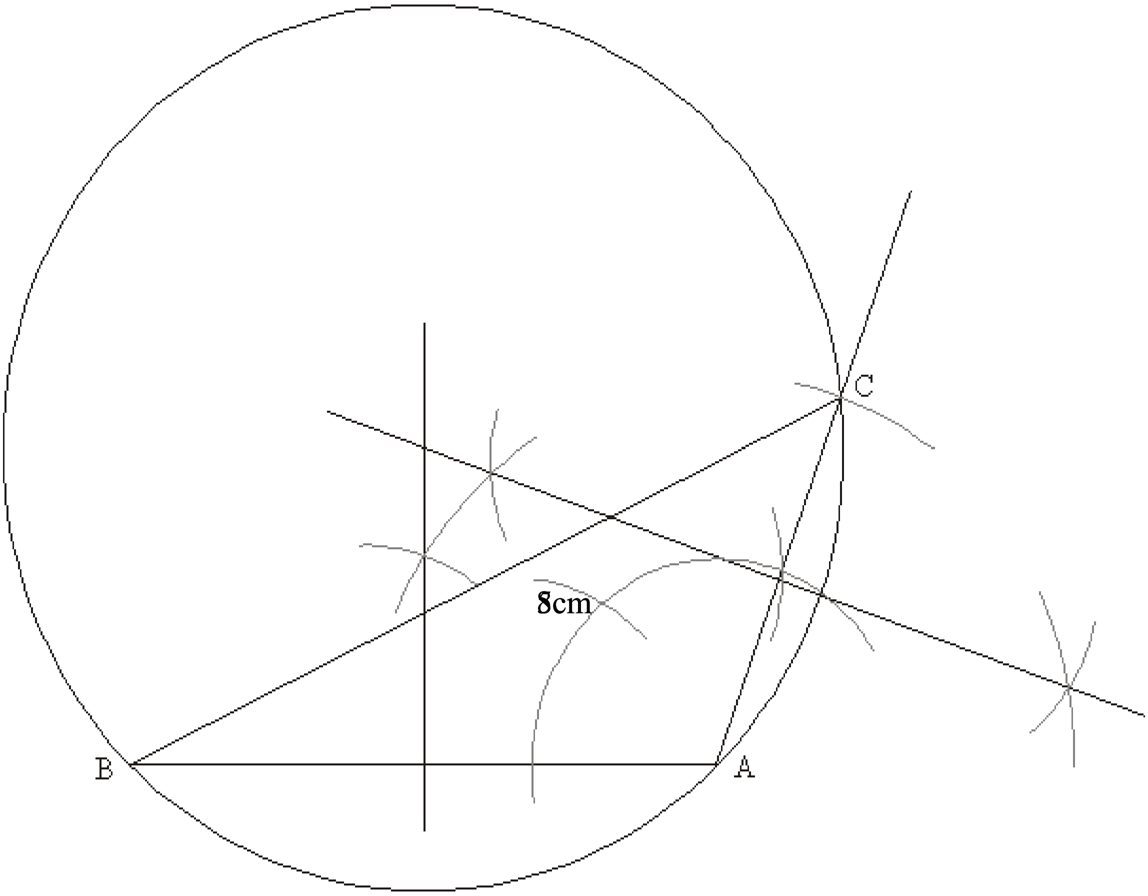
නිදසුන 2

PQ = 7 cm, $P\hat{Q}R = 90^0$, PR = 10 cm වූ ත්‍රිකෝණය නිර්මාණය කරන්න. එහි පරිවෘත්තය නිර්මාණය කරන්න.



නිදසුන 3

AB = 8 cm $B\hat{A}C = 120^0$, AC = 5 cm වූ ABC ත්‍රිකෝණය නිර්මාණය කරන්න. එහි පරිවෘත්තය නිර්මාණය කරන්න.



- සුළුකෝණී ත්‍රිකෝණයක පරිවෘත්තයේ කේන්ද්‍රය ත්‍රිකෝණය තුළ පිහිටයි.
- සෘජුකෝණී ත්‍රිකෝණයක පරිවෘත්තයේ කේන්ද්‍රය කර්ණයේ මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය මත පිහිටයි.
- මහාකෝණී ත්‍රිකෝණයක පරිවෘත්තයේ කේන්ද්‍රය ත්‍රිකෝණයට පිටතින් පිහිටයි.

11.2 අභ්‍යාසය

(1) PQ = 7.5cm ද PR = 5cm ද QR = 6cm ද වන PQR ත්‍රිකෝණය නිර්මාණය කරන්න. එහි පරිවෘත්තය නිර්මාණය කරන්න. පරිවෘත්තයේ අරය මැන ලියන්න.

(2) KL = 6cm, $L\hat{K}M = 90^0$ හා KM = 8cm වන KLM ත්‍රිකෝණය නිර්මාණය කරන්න. එහි පරිවෘත්තය නිර්මාණය කරන්න. පරිවෘත්තයේ කේන්ද්‍රයේ පිහිටීම විස්තර කරන්න.

(3) AB = 8cm, $B\hat{A}C = 30^0$, $A\hat{B}C = 60^0$ වන ABC ත්‍රිකෝණය නිර්මාණය කරන්න. එය කවර වර්ගයේ ත්‍රිකෝණයක් ද? එහි පරිවෘත්තය ඇඳීමෙන් තොරව පරිවෘත්තයේ කේන්ද්‍රයේ පිහිටීම විස්තර කරන්න. ඔබ දුන් පිළිතුරේ නිරවද්‍යතාවය පරිවෘත්තය නිර්මාණය කිරීමෙන් තහවුරු කරන්න.

(4) XY = 8.5cm, $Y\hat{X}Z = 120^0$ හා YZ = 12cm වන XYZ ත්‍රිකෝණය නිර්මාණය කරන්න. එහි පරිවෘත්තය නිර්මාණය කරන්න.

(5) "සමපාද ත්‍රිකෝණයක පරිවෘත්තයේ කේන්ද්‍රය ත්‍රිකෝණය තුළ පිහිටන බව නිමල් පවසයි". ඔහුගේ ප්‍රකාශය සත්‍ය ද අසත්‍ය ද යන්න නිර්මාණයක් ඇසුරින් පෙන්වා දෙන්න.

(6) AB = 7cm ද AC = BC = 9cm ද වන ABC සමද්විපාද ත්‍රිකෝණය නිර්මාණය කරන්න. එහි පරිවෘත්තය නිර්මාණය කරන්න.

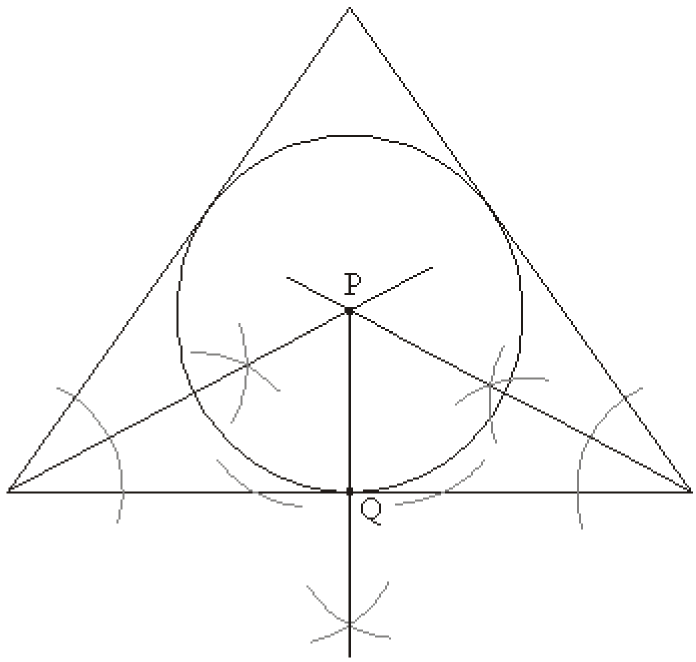
(7) PQ = 8 cm ද $Q\hat{P}R = P\hat{Q}R = 30^0$ ද වන PQR ත්‍රිකෝණය නිර්මාණය කරන්න. එහි $P\hat{R}Q$ කෝණයේ සමච්ඡේදකය හා PR පාදයේ ලම්බ සමච්ඡේදකය නිර්මාණය කරන්න. එම රේඛා දෙකෙහි ඡේදන ලක්ෂ්‍යය කේන්ද්‍රය ලෙස ද එතැන් සිට ඕනෑම ශීර්ෂයකට ඇති දුර අරය ලෙස ද ගෙන වෘත්තයක් නිර්මාණය කරන්න. එම වෘත්තය PQR ත්‍රිකෝණයේ පරිවෘත්තය වන්නේ ද?

(8) සමපාද ත්‍රිකෝණයක එක් පාදයක ලම්බ සමච්ඡේදකය ද, එක් කෝණයක කෝණ සමච්ඡේදකය ද හමුවන ලක්ෂ්‍යය එහි පරිවෘත්තයේ කේන්ද්‍රය වන බව නිර්මාණයක් ඇසුරින් සනාථ කරන්න. මෙම ක්‍රමයෙන් පරිවෘත්තය ලබාගත හැක්කේ කවර සුවිශේෂ ගුණාංග සහිත ත්‍රිකෝණවල පමණක් ද? ඔබේ නිගමනය ලියන්න.

(9) ත්‍රිකෝණාකාර ඉඩමක ශීර්ෂ තුනට ම සමදුරින් විදුලි පහන් කණුවක් සිටුවා ගැනීමට අවශ්‍ය වේ. එය පිහිටුවන ස්ථානය ලබාගන්නා අයුරු පියවර වශයෙන් ලියා දක්වමින් පිහිටීම දළ සටහනකින් ඉදිරිපත් කරන්න.

11.3 ත්‍රිකෝණයක අන්තර්වෘත්තය

ත්‍රිකෝණයක පාද තුන ම ස්පර්ශ කරමින් ත්‍රිකෝණය තුළ අඩංගු කළ හැකි වෘත්තය එහි අන්තර්වෘත්තය වේ.



පියවර

(1) ත්‍රිකෝණයක් ඇඳ එහි කෝණ දෙකක සමච්ඡේදක නිර්මාණය කරන්න.

(2). එම සමච්ඡේදක ඡේදනය වන ලක්ෂ්‍යය P ලෙස නම් කරන්න.

(3). P සිට ඕනෑම පාදයකට ලම්බයක් නිර්මාණය කරන්න.

(4). එම ලම්බය අදාළ පාදය ඡේදනය කරන ලක්ෂ්‍යය Q ලෙස නම් කරන්න.

(5). P කේන්ද්‍රය ලෙස ද PQ අරය ලෙස ද ගෙන වෘත්තයක් නිර්මාණය කරන්න.

එය අඳින ලද ත්‍රිකෝණයේ අන්තර්වෘත්තය වේ.

11.3 අභ්‍යාසය

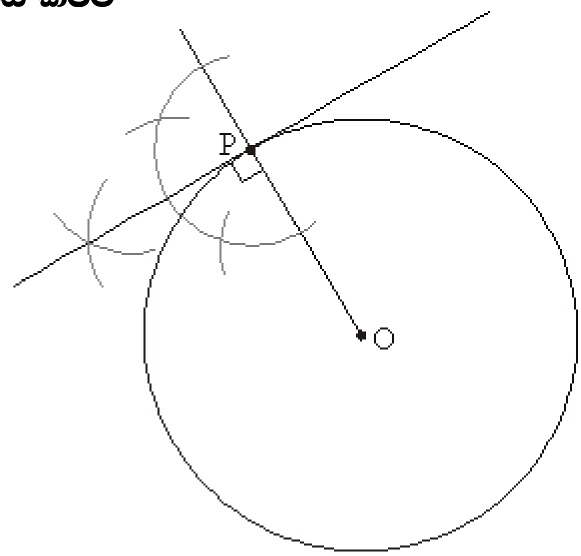
1. $AB = 8cm$, $B\hat{A}C = 75^0$, $AC = 6.5cm$ වන ABC ත්‍රිකෝණය නිර්මාණය කරන්න. එහි අන්තර්වෘත්තය නිර්මාණය කරන්න. වෘත්තයේ අරය මැන ලියන්න.
2. $PQ = 5.5cm$ $Q\hat{P}R = 120^0$ $PR = 6cm$ වන PQR ත්‍රිකෝණය නිර්මාණය කරන්න. එහි අන්තර්වෘත්තය නිර්මාණය කරන්න.

3. KL = 7.5cm ද $L\hat{K}M = 90^0$ ද $K\hat{L}M = 45^0$ ද වන KLM ත්‍රිකෝණය නිර්මාණය කරන්න. එහි අන්තර්වෘත්තය නිර්මාණය කරන්න.

4. ABC යනු ත්‍රිකෝණාකාර ඉඩමකි. එහි මායිම් තුනට ම ඇති ලම්බ දුර සමාන වන සේ ඉඩම තුළ ළිඳක් පිහිටුවීමට අවශ්‍ය වේ. එම වෘත්තාකාර ළිඳේ කේන්ද්‍රය ලබාගන්නා අයුරු දළ සටහනකින් ඉදිරිපත්කර කේන්ද්‍රය ලබාගැනීමේ පියවර ලියා දක්වන්න.

5. PQ = 8.5cm, $Q\hat{P}R = 30^0$ $P\hat{Q}R = 45^0$ වන PQR ත්‍රිකෝණය නිර්මාණය කරන්න. එහි අන්තර්වෘත්තය නිර්මාණය කරන්න.

11.4 වෘත්තයක් මත පිහිටි ලක්ෂ්‍යයක දී වෘත්තයට ස්පර්ශකයක් නිර්මාණය කිරීම



පියවර

(1) වෘත්තයක් ඇඳ එය මත ඕනෑම ලක්ෂ්‍යයක් ලකුණුකර එය P ලෙස නම් කරන්න. වෘත්තයේ කේන්ද්‍රය O ලෙස නම් කරන්න.

(2) OP යා කරන්න. P හි දී OP ට ලම්බයක් නිර්මාණය කරන්න.

(3) එම ලම්බ රේඛාව P ලක්ෂ්‍යයේ දී වෘත්තය ස්පර්ශ කරන රේඛාව වේ.

ස්පර්ශකය සහ ස්පර්ශ ලක්ෂ්‍යයේ දී ඇඳි අරය ලම්බ වේ යන සිද්ධාන්තය පදනම් කරගෙන මෙම නිර්මාණය සිදුකර ඇත.

11.4 අභ්‍යාසය

(1) අරය 4cm වූ වෘත්තයක් නිර්මාණය කරන්න. එය මත P නම් ලක්ෂ්‍යයක් ලකුණු කර ගන්න. Pහි දී වෘත්තයට ස්පර්ශකයක් නිර්මාණය කරන්න.

(2) අරය 6cm වූ වෘත්තයක් නිර්මාණය කරන්න. වෘත්තය මත P හා Q නම් ලක්ෂ්‍ය දෙකක් ලකුණු කර ගන්න. (PQ විෂ්කම්භයක් නොවන පරිදි) P හි දී සහ Q හි දී වෘත්තයට ඇඳිය හැකි ස්පර්ශක දෙක නිර්මාණය කරන්න. එම ස්පර්ශක දෙක හමුවන ලක්ෂ්‍යය R ලෙස නම් කරන්න. RP සහ PQ දිග මැන ඔබේ නිගමනය ලියන්න.

(3) 8cm දිග රේඛා ඛණ්ඩයක් ඇඳ එය AB ලෙස නම් කරන්න. A සිට 3.5cm ක් දුරින් AB රේඛාව මත P නම් ලක්ෂ්‍යයක් ලකුණු කරන්න. Pහි දී AB ස්පර්ශ කරන, අරය 4cm වූ වෘත්තයක් නිර්මාණය කරන්න.

(4) $A\hat{B}C=75^0$ වන සේ ABC කෝණය නිර්මාණය කරන්න. එහි B සිට 4 cm ක් දුරකින් AB බාහුව මත P ලක්ෂ්‍යය ද B සිට 4cm දුරින් AB බාහුව මත Q ලක්ෂ්‍යය ද ලකුණු කරන්න. AB රේඛාව P හි දී ද BC රේඛාව Q හි දී ද ස්පර්ශ කරන වෘත්තය නිර්මාණය කරන්න.

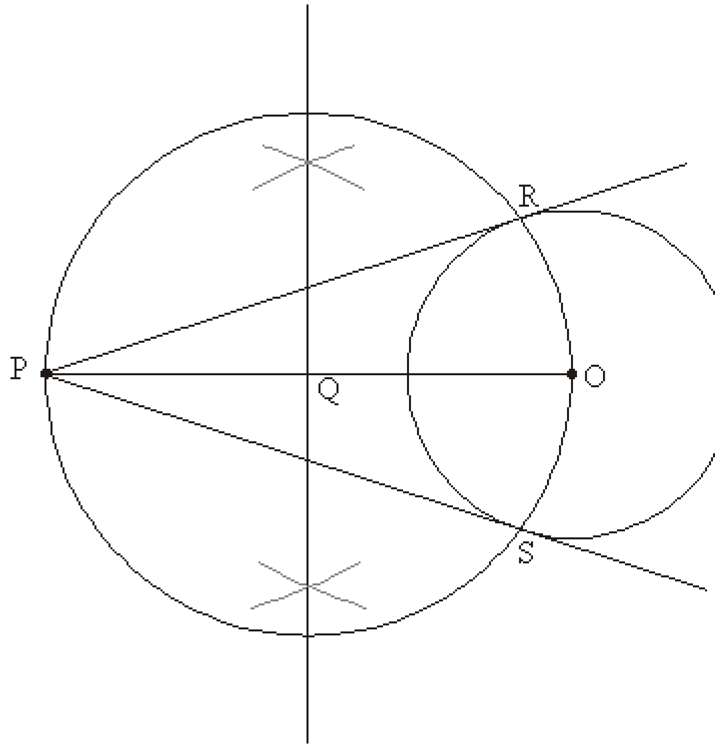
(5) 9cm දිග රේඛා ඛණ්ඩයක් ඇඳ එය PQ ලෙස නම් කරන්න. PQ රේඛාවේ මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය නිර්මාණයක් ඇසුරින් ලබාගන්න. එම මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යයේ දී PQ රේඛාව ස්පර්ශ කරන්නා වූ ද PQ ට 5cm ක් දුරින් කේන්ද්‍රය පිහිටියා වූ ද වෘත්තය නිර්මාණය කරන්න.

(6) AB = 7cm ද $B\hat{A}C=30^0$ ද AC = 6cm ද වන ABC ත්‍රිකෝණය නිර්මාණය කරන්න. Aහි දී AB ස්පර්ශ කරන්නා වූ ද C හරහා යන්නා වූ ද වෘත්තය නිර්මාණය කරන්න.

(7) පාදයක දිග 6cm වූ ABC සමපාද ත්‍රිකෝණය නිර්මාණය කරන්න. AB පාදයේ මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය ලබාගන්න. එම මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යයේ දී AB පාදය ස්පර්ශ කරමින් C ලක්ෂ්‍යය හරහා යන වෘත්තය නිර්මාණය කරන්න.

(8) AB = 7cm BC = 6cm AC = 6cm වන ABC ත්‍රිකෝණය නිර්මාණය කරන්න. A හි දී AB පාදය ස්පර්ශ කරන්නා වූ ද AC ජ්‍යායක් වූ ද වෘත්තය නිර්මාණය කරන්න.

11.5 වෘත්තයකට බාහිර ලක්ෂ්‍යයක සිට ස්පර්ශක දෙකක් නිර්මාණය කිරීම



පියවර

1 වෘත්තයක් ඇඳගන්න. එහි කේන්ද්‍රය O ලෙස නම් කරන්න.

2. වෘත්තයට බාහිරින් P ලක්ෂ්‍යය ලකුණු කරගන්න.

3. OP යා කර එම රේඛාවේ ලම්බ සමච්ඡේදකය නිර්මාණය කරන්න. එය PO ඡේදනය කරන ලක්ෂ්‍යය Q ලෙස නම් කරන්න.

4. Q කේන්ද්‍රය ලෙස ද QO අරය ලෙස ද ගෙන වෘත්තයක් අඳින්න. වෘත්ත දෙකේ ඡේදන ලක්ෂ්‍ය ලෙස R හා S ලකුණු කර ගන්න.

5. PR සහ PS යා කරන්න.

PR හා PS යනු වෘත්තයට P ලක්ෂ්‍යයේ සිට අඳින ලද ස්පර්ශක වේ.

ඔබ ජ්‍යාමිතිය යටතේ ඉගෙනගත් ස්පර්ශක ප්‍රමේයයේ කරුණු මේ රූපය ආශ්‍රිතව විමසා බලමු.

PR = PS වේ.

$P\hat{R}O = P\hat{S}O = 90^0$ වේ.

$P\hat{O}R = P\hat{O}S$ වේ.

$R\hat{P}O = S\hat{P}O$ වේ.

11.5 අභ්‍යාසය

(1) (i) අරය 5 cm වූ වෘත්තයක් නිර්මාණය කරන්න. එහි කේන්ද්‍රයේ සිට 9 cm ක් දුරින් ඔබ කැමති ලක්ෂ්‍යයක් ලකුණු කර ගන්න.

(ii) එම ලක්ෂ්‍යය හා වෘත්තයේ කේන්ද්‍රය යා කරන රේඛාව ලබාගෙන එම රේඛාවේ ලම්බ සමච්ඡේදකය නිර්මාණය කරන්න.

(iii) ලම්බ සමච්ඡේදකය, රේඛාව ඡේදනය කළ ලක්ෂ්‍යයේ සිට කේන්ද්‍රයට ඇති දුර අරය වශයෙන් ගෙන වෘත්තය චාප දෙකකින් ඡේදනය කර ස්පර්ශක ලක්ෂ්‍යය දෙක ලබාගන්න.

(iv) ස්පර්ශක ලක්ෂ්‍ය දෙක බාහිර ලක්ෂ්‍යයට යා කර අදාළ ස්පර්ශක දෙක ලබාගන්න.

(2) අරය 6 cm වූ වෘත්තයක් නිර්මාණය කරන්න. එහි කේන්ද්‍රයේ සිට 12 cm දුරකින් ඔබ කැමති ලක්ෂ්‍යයක් වෘත්තයට පිටතින් ලකුණු කරගන්න. එම ලක්ෂ්‍යයේ සිට වෘත්තයට ස්පර්ශක දෙකක් නිර්මාණය කරන්න.

(3) අරය 6 cm වූ වෘත්තයක් නිර්මාණය කරන්න. වෘත්තය මත P නම් ලක්ෂ්‍යයක් ලකුණු කරන්න. P හි දී වෘත්තයට ස්පර්ශකයක් නිර්මාණය කරන්න. එම ස්පර්ශකය මත P සිට 8 cm දුරින් Q ලක්ෂ්‍යයක් ලකුණු කරගන්න. Q ලක්ෂ්‍යයේ සිට වෘත්තයට ඇඳිය හැකි අනෙක් ස්පර්ශකය ඔබ ඉගෙනගත් ස්පර්ශක ප්‍රමේය ඇසුරින් ලබාගන්න.

11. මිශ්‍ර අභ්‍යාසය

(1) AB සහ DC සමාන්තර වූ, AB = 8cm, BC = 6cm, AC = 7cm සහ BD = 10cm වූ ත්‍රපීසියම නිර්මාණය කරන්න. එහි ABC ත්‍රිකෝණයේ අන්තර්වෘත්තය නිර්මාණය කරන්න.

(2) AB යනු දිග නිශ්චිත වූ සරල රේඛා ඛණ්ඩයකි. එම තලයේ ම පිහිටි O නම් විචල්‍ය ලක්ෂ්‍යයක දී $A\hat{O}B$ සෘජුකෝණයක් වේ. O හි පථය සොයන්න.

(3) AB = 8cm, $B\hat{A}C=30^0, A\hat{B}C=90^0$ වන ABC ත්‍රිකෝණය නිර්මාණය කරන්න. B සිට AC වෙත BD ලම්බය නිර්මාණය කරන්න. BDC ත්‍රිකෝණයේ පරිවෘත්තය නිර්මාණය කරන්න.

(4) $A\hat{B}C = 45^0$ ද BC = 7cm ද BA = 8cm ද වන ABC ත්‍රිකෝණය නිර්මාණය කරන්න. A ටත් C ටත් සමදුරින් ද BP = 5cm ද වන P ලක්ෂ්‍යයක් ත්‍රිකෝණය ඇතුළතින් ලබාගන්න. P කේන්ද්‍රය ලෙස ගෙන A හා C හරහා යන වෘත්තය නිර්මාණය කරන්න.

(5) PQ = 5cm, Q = 7cm, PR = 4cm වන PQR ත්‍රිකෝණය නිර්මාණය කරන්න. P හා R හරහා යන්නා වූ QR මත කේන්ද්‍රය පිහිටියා වූ වෘත්තය නිර්මාණය කරන්න.

(6) BC = 7cm ද AB = 5cm ද $A\hat{B}C = 60^0$ ද වන ABC ත්‍රිකෝණය නිර්මාණය කරන්න. BP = 4cm වන පරිදි BC මත P ලක්ෂ්‍යය ලකුණු කොට P හි දී BC ස්පර්ශ කරන්නා වූ ද AC මත කේන්ද්‍රය පිහිටියා වූ ද වෘත්තය නිර්මාණය කරන්න.

(7) PQ = 7cm $\hat{A}$ = 5cm ද PQ හා SR අතර ලම්බ දුර 3.6cm ද වන පරිදි PQRS සමාන්තරාස්‍රය නිර්මාණය කරන්න. P හි දී PR ස්පර්ශ වන සේ S හරහා යන වෘත්තය නිර්මාණය කරන්න.

(8) AB = 12cm, $\hat{B}=90^0$, BC = 8cm වූ ABC ත්‍රිකෝණය නිර්මාණය කරන්න. ABහි ලම්බ සමච්ඡේදකය නිර්මාණය කරන්න. එම ලම්බ සමච්ඡේදකයත් BC සහ CA පාදත් ස්පර්ශ කරන වෘත්තය නිර්මාණය කරන්න.

(9) AB ආධාරකය 7.2cm ද $C\hat{A}B=75^0$ ද උච්චය (ලම්බ උස) 5.5cm ද වන ABC ත්‍රිකෝණය නිර්මාණය කරන්න. එම ත්‍රිකෝණයේ පරිවෘත්තය නිර්මාණය කරන්න.

(10) AB = 8cm ද BC = 7cm ද AC = 11.5cm ද වූ ABCD සමාන්තරාස්‍රය නිර්මාණය කරන්න. ACD ත්‍රිකෝණයේ අන්තර් වෘත්තය නිර්මාණය කරන්න.

(11) AB = 8.5cm, AD = 4.8cm, $D\hat{A}B=75^0$ වූ ABCD සමාන්තරාස්‍රය නිර්මාණය කරන්න. BE = 6cm වන පරිදි DB රේඛාව E දක්වා ද, CP = 5cm වන පරිදි DC රේඛාව P දක්වා ද, දික් කරන්න. PC, CB, BE රේඛා ස්පර්ශ කරන වෘත්තය නිර්මාණය කරන්න.

ආදර්ශ විසඳුම්

1.1 අභ්‍යාසය

(1) i, ii, iv, vi, vii, ix, x

(2)

රූපය	රූපයේ අංග		
	පාද සංඛ්‍යාව	කෝණ සංඛ්‍යාව	චාප සංඛ්‍යාව
(i)	3	3	නැත
(ii)	4	4	නැත
(iii)	නැත	නැත	නැත
(iv)	4	4	නැත
(v)	1	නැත	1
(vi)	4	4	නැත
(vii)	4	4	නැත
(viii)	3	2	1
(ix)	5	5	නැත
(x)	6	6	නැත

3.

රූපය	ත්‍රිකෝණයේ නම	ත්‍රිකෝණවල අංග	
		පාද	කෝණ
(i)	ABC	AB, BC, AC	$A\hat{B}C, B\hat{A}C, A\hat{C}B$
(ii)	PQR	PQ, QR, PR	$P\hat{Q}R, P\hat{R}Q, R\hat{P}Q$
(iii)	NLM	NL, LM, NM	$N\hat{L}M, L\hat{M}N, L\hat{N}M$
(iv)	DEF	DE, EF, DF	$D\hat{E}F, E\hat{D}F, D\hat{F}E$

1.2 අභ්‍යාසය

(1) (ii), (iii), (iv)

(2) (i) සත්‍යයි (ii) සත්‍යයි (iii) අසත්‍යයි

(iv) අසත්‍යයි (v) අසත්‍යයි (vi) සත්‍යයි

(vii) අසත්‍යයි (viii) සත්‍යයි (ix) සත්‍යයි

(x) සත්‍යයි

1.3.1 අභ්‍යාසය

(1) (ii), (iii), (iv), (v)

(2) (i) සත්‍යයි (ii) අසත්‍යයි (iii) සත්‍යයි

(iv) සත්‍යයි (v) සත්‍යයි

1.3.2 අභ්‍යාසය

(1)

රූපය	පාද යුගල	අන්තර්ගත කෝණය
(i)	AB හා AC	$B\hat{A}C$
(i)	BC හා AC	$A\hat{C}B$
(ii)	LM හා MN	$L\hat{M}N$
(ii)	ML හා LN	$M\hat{L}N$
(iii)	XY හා XZ	$Y\hat{X}Z$
(iii)	XZ හා ZY	$X\hat{Z}Y$
(iv)	AB හා AC	$B\hat{A}C$
(iv)	AD හා DC	$A\hat{D}C$

(2)

රූපය	සමාන කෝණ යුගල	අනුරූප පාද යුගල
(i)	$A\hat{B}C$ හා $X\hat{Y}Z$	AC හා XZ
(i)	$A\hat{C}B$ හා $Y\hat{X}Z$	AB හා YZ
(ii)	$P\hat{Q}R$ හා $L\hat{M}N$	PR හා LN
(ii)	$P\hat{R}Q$ හා $M\hat{N}L$	PQ හා ML
(iii)	$O\hat{P}Q$ හා $P\hat{S}R$	OQ හා PR
(iii)	$P\hat{Q}O$ හා $R\hat{P}S$	PO හා RS
(iv)	$A\hat{B}O$ හා $O\hat{C}D$	AO හා OD
(iv)	$B\hat{A}O$ හා $C\hat{D}O$	BO හා CO

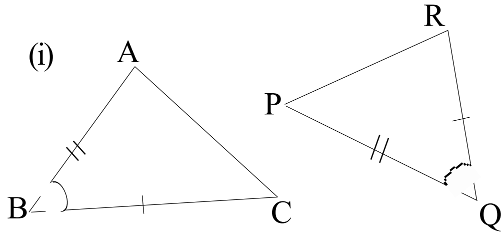
1.3.4 අභ්‍යාසය

(1) (i) ABC $\Delta \equiv$ DEF Δ (ii) ABC $\Delta \equiv$ DEF Δ

(v) ADB $\Delta \equiv$ BDC Δ (vi) BAC $\Delta \equiv$ ACD Δ

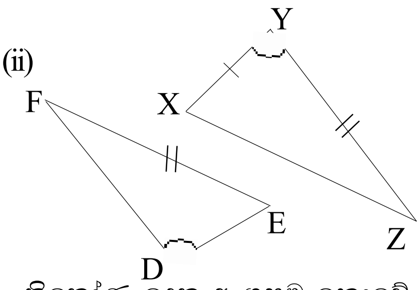
(vii) AOB $\Delta \equiv$ DOC Δ (viii) ABC $\Delta \equiv$ ACD Δ

(2) (i)



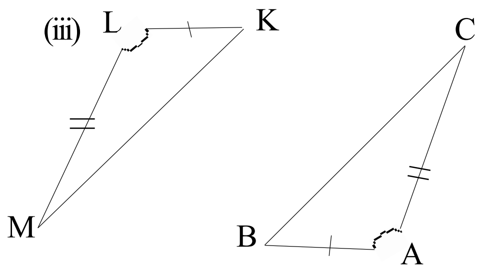
ABC $\Delta \equiv$ PQR Δ

(ii)



ත්‍රිකෝණ දෙක අංගසම නොවේ.

(iii)



KLM $\Delta \equiv$ ABC Δ

(3) $A\hat{B}C = P\hat{Q}R$ විය යුතු ය.

1.3.6 අභ්‍යාසය

(1) (i) ABC $\Delta \equiv$ PQR Δ (ii) ABC $\Delta \equiv$ PQR Δ

(iii) ADB $\Delta \equiv$ ADC Δ (iv) ABC $\Delta \equiv$ ADC Δ

(v) ABC $\Delta \equiv$ CDE Δ (vi) පා.පා.පා. අවස්ථාව යටතේ අංගසම නොවේ.

(vii) ADC $\Delta \equiv$ ABC Δ (viii) ABD $\Delta \equiv$ BCD Δ

(2) ABC $\Delta \equiv$ PQR Δ

XYZ $\Delta \equiv$ DEF Δ

(3) ABO$\Delta \equiv$ ADOΔ

BCO$\Delta \equiv$ CDOΔ

ABC$\Delta \equiv$ ADCΔ

1.3.5 අභ්‍යාසය

(1) (i) $ABC\Delta \equiv DEF\Delta$ (ii) $ABC\Delta \equiv DEF\Delta$

(iii) අංගසම නොවේ. (iv) අංගසම නොවේ.

(v) අංගසම නොවේ.

(2) $PQO\Delta \equiv RSO\Delta$

$QP = RS$ (දත්තය)

$Q\hat{P}O = S\hat{R}O$ (දත්තය)

$Q\hat{O}P = R\hat{O}S$ (ප්‍රතිමුඛ කෝණ)

$\therefore$ කෝ.පා.කෝ. අවස්ථාව යටතේ ත්‍රිකෝණ දෙක අංගසම වේ.

1.3.7 අභ්‍යාසය

(1) (i) ABC හා DEF ත්‍රිකෝණවල

$AB = DE$

$AC = DF$

$A\hat{B}C = D\hat{E}F = 90^0$

(ii) ABC හා DEF ත්‍රිකෝණවල

$AC = DF$

$AB = DE$

$A\hat{B}C = D\hat{E}F = 90^0$

(iii) ADC හා ABC ත්‍රිකෝණවල

$AD = AB$

$AC = AC$

$A\hat{C}D = A\hat{C}B = 90^0$

(2) $AC = DF$ විය යුතු ය.

(3) $OX = OY$ (එකම වෘත්තයේ අර)

$OP = OP$ (පොදු පාදය)

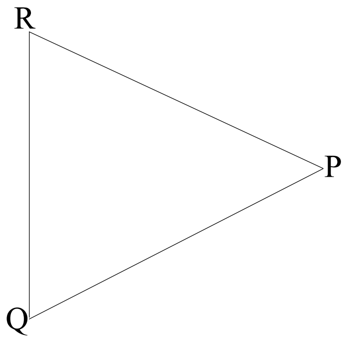
$O\hat{P}X = O\hat{P}Y = 90^0$ ($OP \perp XY$ බැවින්)

1.4.1 අභ්‍යාසය

(1)

රූපය	ත්‍රිකෝණය	සමාන පාද යුගල	ශීර්ෂය	ආධාරකය	සම්මුඛ පාද /කෝණ
(i)	XYZ	XY, XZ	X	YZ	XYට සම්මුඛ කෝණයXZY
(ii)	LMN	LN, MN	N	LM	$M\hat{L}N$ ට සම්මුඛ පාදය MN
(iii)	ABC	AB,AC	A	BC	$B\hat{C}A$ ට සම්මුඛ පාදය AB
(iv)	ACD	AC,CD	C	AD	ACට සම්මුඛ කෝණය ADC

(2)



PR = PQ

1.4.2 අභ්‍යාසය

(1) (i) $x = 35^0$ (ii) $x = 56^0$ (iii) $x = 55^0$

(iv) $x = 80^0$ (v) $x = 45^0$ (vi) $x = 57\frac{1}{2}^0$

(viii) $D\hat{A}B = 72^0$, $A\hat{B}D = 72^0$, $A\hat{D}B = 36^0$

(3) 35^0

(4) $N\hat{A}B = 10^0$

1. මිශ්‍ර අභ්‍යාසය

(1) $ADB\,\Delta \equiv BCD\,\Delta$ (පා. පා. පා. අවස්ථාව)

$ABC\,\Delta \equiv ADC\,\Delta$ (පා. පා. පා. අවස්ථාව)

2.1 අභ්‍යාසය

1) (i) AB // CD (ii) AB // CD (iii) PQ // RS

MN // PQ AB // EF

2) (i) $a = 40^0$ (අනුරූප කෝණ)

$b = a$ (ප්‍රතිමුඛ කෝණ)

$b = 40^0$

$c + 40^0 = 180^0$ (සරල රේඛාවක් මත පිහිටි බද්ධ කෝණ)

$c = 140^0$

(ii) $a = 115^0$ (අනුරූප කෝණ)

$b = 65^0$

$c = 65^0$

(iii) $b = 65^0$

$c = 115^0$

$a = 90^0$

2.2 අභ්‍යාසය

(1) ABED, BCED, DEGF, ABGF

(2) සමාන්තරාස්‍ර වන්නේ (i), (iii), (iv), (v), (vi), (vii)

2.3 අභ්‍යාසය

(1) (i) $a = 48^0$ (සම්මුඛ කෝණ සමානවීම)

$b = 132^0$

(ii) පරිමිතිය = 6.5 + 3.5 + 6.5 + 3.5

= 20 cm

(2) (i) $P\hat{S}R = 105^0$ (ii) $P\hat{Q}R = 105^0$ (iii) $P\hat{Q}S = 40^0$

(iv) $Q\hat{S}R = 40^0$ (v) $S\hat{P}Q = 75^0$ (vi) $S\hat{R}Q = 75^0$

(3) (i) BC = 13 cm (ii) AD = 13 cm

(iii) ABCD පරිමිතිය = 60 cm

(iv) ABCD = 204 cm^2

(v) ABD Δ ව.ඵ. = 102 cm^2

(4) (i) $P\hat{Q}S = 55^0$ (ii) $S\hat{Q}R = 55^0$

(iii) $Q\hat{R}S = 70^0$ (iv) $S\hat{P}Q = 70^0$

(5) (i) $K\hat{N}L = 45^0$ (ii) $L\hat{K}M = 45^0$
(iii) $N\hat{K}M=45^0$ (iv) $K\hat{O}L=90^0$

(6) (i) DC = 12.5 cm (ii) $BC = 9cm$

(iii) ABC ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය = $56.25cm^2$

2.4 අභ්‍යාසය

(1) ON = 5cm PK = 4cm
OK = 7cm QM = 4cm

(2) (i) AO = 12cm
(ii) BO = 9cm
(iii) AB = 15cm
(iv) BC = 15cm
(v) පරිමිතිය = 60cm

2.7 අභ්‍යාසය

(1) (i) $D\hat{A}O=50^0$ (ii) $B\hat{C}O=50^0$
(iii) $D\hat{O}C=90^0$ (iv) $A\hat{B}O=40^0$

(2) (i) PQRS හි පාදයක දිග = 10cm (ii) PQRS හි පරිමිතිය = 40cm
(iii) PQRS හි වර්ගඵලය = $96cm^2$

(3) (i) පාදයක දිග = $10\sqrt{2}$ cm (ii) වර්ගඵලය = $200cm^2$

3.1.1 අභ්‍යාසය

1. (i) DE // AC (ii) XY // PR (iii) LM // XZ
$DE = \frac{1}{2}AC$ $XY = \frac{1}{2}PR$ $LM = \frac{1}{2}XZ$
2. ABC ත්‍රිකෝණයේ පරිමිතිය = 28cm
3. XYZ ත්‍රිකෝණයේ පරිමිතිය = 12cm
4. ABC ත්‍රිකෝණයේ පරිමිතිය = 30cm
5. (ii) BC // OX
(iii) OXCB පරිමිතිය = 18cm

6. ABCD පරිමිතිය = 42cm
8. (i) LQRM පරිමිතිය = 3x + a + b
(ii) LQRM වර්ගඵලය $= \frac{3xy}{z}$
9. PQR ත්‍රිකෝණයේ පරිමිතිය = 15 cm

3.2 අභ්‍යාසය

1. $x = 6$cm, $y = 7$ cm
2. BR = 10.5cm
4. TM = 4cm

3. මිශ්‍ර අභ්‍යාසය

1. (i) $x = 16$cm (ii) $x = 12$cm (iii) 12cm
5. AB = 40

4.1 අභ්‍යාසය

(1)

	රූපය	ආධාරකය	ලම්බ උස	වර්ගඵලය
(i)	ABCD සමාන්තරාස්‍රය	DC	AP	DC . AP
(ii)	EFGH සමාන්තරාස්‍රය	FG	HQ	FG . HQ
(iii)	IJKL සමාන්තරාස්‍රය	IJ	RK	IJ . RK
(iv)	MNOΔ	NO	MP	$\frac{1}{2}$NO.MP
(v)	PQRΔ	PQ	AR	$\frac{1}{2}$PQ.AR
(vi)	ABCΔ	BC	AB	$\frac{1}{2}$BC.AB
(vii)	DEFΔ	EF	DP	$\frac{1}{2}$EF.DP
(viii)	PQRS සෘජුකෝණාස්‍රය	SR	PS	SR . PS

(2) (i) BE, CF

(ii) එකම සමාන්තර සරල රේඛා යුගලය අතර කෙටි ම දුර

(3) ABGF, BCHG, ACHF, DEHG

(4) (i) ah (ii) bh (iii) xh (iv) xh

(5) $\frac{1}{2}ah,\ \frac{1}{2}bh,\ \frac{1}{2}ch,\ \frac{1}{2}dh$

(6) (i) 48 cm^2 (ii) 48 cm^2

4.2 අභ්‍යාසය

(1) (i) EFBA, EFDC (ii) CDFE, CDHG

(2) (i) ABGF, CDGF, DEHG, CEHF

(3) (i) 36 cm^2

(ii) සම ආධාරක හා එකම සමාන්තර සරල රේඛා යුගලය අතරේ පිහිටි සමාන්තරාස්‍ර වර්ගඵලයෙන් සමාන නිසා.

(4) (i) AB // FE, AF // BE සම්මුඛ පාද සමාන්තර නිසා.

(ii) ABCD සමාන්තරාස්‍රයේ වර්ගඵලය = ABEF සමාන්තරාස්‍රයේ වර්ගඵලය

දෙපසින් ම $ABG\Delta$ වර්ගඵලය අඩු කළ විට.

(5) (i) ABEF, GDAP, BEHP

(ii) GDAP වර්ගඵලය= ABCD වර්ගඵලය= ABEF වර්ගඵලය=BEHP වර්ගඵලය

(iii) DF = CE, $A\hat{D}F = B\hat{C}E$, $D\hat{F}A = C\hat{E}B$

(iv) GDAP වර්ගඵලය - $ADF\Delta$ = BEHP වර්ගඵලය - $BCE\Delta$

5.1 අභ්‍යාසය

(1) (i) ABC, AB^2 , AC^2 (ii) DEF, EF^2 , DE^2

(iii) GH^2, HJ^2, JHI, HI^2, JI^2 (iv) KL^2, LN^2, LM^2

(2) (i) 10cm, (ii) 17cm (iii) 15cm (iv) $\sqrt{13}cm$ (v) $5\sqrt{2}cm$

(3) (i) 3cm, (ii) 6cm (iii) 5cm (iv) 8cm (v) $\sqrt{3}cm$

(4) (i) $4\sqrt{5}cm$ (ii) $4\sqrt{2}cm$

5.2 අභ්‍යාසය

(1) 17cm

(2) 10cm

(3) 4m

(4) ඒකක 10

(5) 50cm

(6) 10m

5.3 අභ්‍යාසය

(1) (ii), (iii), (v)

(2)

4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
16	25	36	49	64	81	100	121	144	169	196	225	256

17	18	19	20	21	22	23	24	25
289	324	361	400	441	484	529	576	625

5.4 අභ්‍යාසය

(1)

	ත්‍රිකෝණයේ පාදවල දිග							මහාකෝණී/ සුළුකෝණී/ සෘජුකෝණී
	a	b	c	a^2	b^2	c^2	$a^2 + b^2 \lesseqgtr c^2$	
(i)	2	4	5	4	16	25	$4 + 16 < 25$	මහාකෝණී
(ii)	3	4	5	9	16	25	$9 + 16 = 25$	සෘජුකෝණී
(iii)	5	6	7	25	36	49	$25 + 36 > 49$	සුළුකෝණී
(iv)	4	6	7	16	36	49	$16 + 36 > 49$	සුළුකෝණී
(v)	6	8	10	36	64	100	$36 + 64 = 100$	සෘජුකෝණී
(vi)	5	8	10	25	64	100	$25 + 64 < 100$	මහාකෝණී
(vii)	5	10	11	25	100	121	$25 + 100 > 121$	සුළුකෝණී
(viii)	6	10	11	36	100	121	$36 + 100 > 121$	සුළුකෝණී
(ix)	5	12	13	25	144	169	$25 + 144 = 169$	සෘජුකෝණී
(x)	10	11	12	100	121	144	$100 + 121 > 144$	සුළුකෝණී

5.5 අභ්‍යාසය

(1) QR^2

PQ^2

(2) BD^2 , AD^2

DC^2 , AD^2

BD^2 , AD^2 , DC^2 , AD^2

$BD^2 - DC^2$

$BD^2 + ED^2$

$DC^2 + ED^2$

$BD^2 - DC^2$

$AB^2 - AC^2 = EB^2 - EC^2$

5. මිශ්‍ර අභ්‍යාසය

(1) $x = \sqrt{13}cm$

$y = 7cm$

(2) 16cm

(3) (i) AE

(ii) 45^0

6.1.2 අභ්‍යාසය

(1) (a) PQR ත්‍රිකෝණය සැලකීමෙන්

XY // QR බැවින්

$$\frac{PX}{XQ} = \frac{PY}{YR}$$

එම ත්‍රිකෝණයේ ම YZ // PQ බැවින්

$$\frac{RY}{YP} = \frac{RZ}{ZQ}$$

(b) ADE ත්‍රිකෝණය සැලකීමෙන්

PQ // DE බැවින්

$$\frac{AP}{PD} = \frac{AQ}{QE}$$

ABC ත්‍රිකෝණය සැලකීමෙන්

PQ // BC බැවින්

$$\frac{AP}{PB} = \frac{AQ}{QC}$$

එම ත්‍රිකෝණයේ ම DE // BC බැවින්

$$\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$$

(2) (a) $x = 6$ cm (b) $x = 6$ cm

(3) $\frac{AG}{GB} = \frac{4}{3}$

6.1.3 අභ්‍යාසය

(1) XY හා BC රේඛා සමාන්තර වේ.

AB හා AC පාද XY රේඛාව මගින් සමානුපාතිකව බෙදී ඇති නිසා.

$\frac{AX}{XB} = \frac{AY}{YC}$ බැවින්

(2) PQ හා QR පාද ML මගින් සමානුපාතිකව බෙදී ඇති බැවින් LM // PR වේ.

(3) BC // AD

OAD ත්‍රිකෝණයේ OA හා OD පාද BC මගින් සමානුපාතිකව බෙදී ඇති බැවින්.

6.2 අභ්‍යාසය

1. $PQR\Delta$ හා $EFG\Delta$
   $XYZ\Delta$ හා $STU\Delta$
   $LMN\Delta$ හා $FGH\Delta$

2. (i) $PST\Delta$ හා $PQR\Delta$
   (ii) $ABO\Delta$ හා $CDO\Delta$

3. $\frac{AB}{PR} = \frac{BC}{QR} = \frac{AC}{PQ}$

4 (ii) $\frac{XY}{TU} = \frac{XZ}{SU} = \frac{YZ}{ST}$

6. (i) YC = 12 cm
   (ii) AC = 20 cm

7. (i) RS = 1.8 cm
   (ii) SX = 2.7 cm

7.1 අභ්‍යාසය

(1) RT විෂ්කම්භයක් නොවේ. R ලක්ෂ්‍යය වෘත්තයෙන් පිටත පිහිටයි.

XY විෂ්කම්භයක් නොවේ. Y ලක්ෂ්‍යය වෘත්තයෙන් පිටත පිහිටයි.

MD විෂ්කම්භයකි. M හා D වෘත්තය මත පිහිටයි. කේන්ද්‍රය හරහා ගමන් කරයි.

(2) PT ජ්‍යායකි. P හා T වෘත්තය මත පිහිටයි.

PD ජ්‍යායකි. P හා D වෘත්තය මත පිහිටයි.

PB ජ්‍යායකි. P හා B වෘත්තය මත පිහිටයි.

PC ජ්‍යායකි. විෂ්කම්භයකි. P හා C වෘත්තය මත පිහිටයි. කේන්ද්‍රය හරහා යන බැවින් විෂ්කම්භයක් ද වේ.

(3)

ජ්‍යායයන්	විෂ්කම්භ
CV	CV
MB	
MV	
CT	

(4) PR ජ්‍යායකි. P හා R වෘත්තය මත පිහිටයි.

KR ජ්‍යායක් නොවේ. K ලක්ෂ්‍යය වෘත්තයෙන් පිටත පිහිටයි.

KN ජ්‍යායක් නොවේ. K හා N ලක්ෂ්‍යයන් වෘත්තයෙන් පිටත පිහිටයි.

ML ජ්‍යායක් නොවේ. L වෘත්තයෙන් පිටත පිහිටයි.

(5)

සරල රේඛා ඛණ්ඩය	ජ්‍යායක් / විෂ්කම්භයක්	හේතු
UN	ජ්‍යායකි.	U හා N වෘත්තය මත පිහිටයි.
XZ	ජ්‍යායක් ද විෂ්කම්භයක් ද වේ.	X හා Z වෘත්තය මත පිහිටයි. කේන්ද්‍රය හරහා ද යයි.
RS	ජ්‍යායකි.	R හා S වෘත්තය මත පිහිටයි.

7.2 අභ්‍යාසය

(1) 10cm

(2) 24cm

(3) 5cm

(4) 14cm

7.3 අභ්‍යාසය

(1) 5cm

(2) OX = 6 m, OY = 8cm

කේන්ද්‍රයට වඩා ආසන්න ජ්‍යාය MN

(3) (i) OX = 16cm, OY = 12cm (ii) 4cm

(4) CD = 16cm

(5) ON = 9cm

(6) CE = 14cm

7. මිශ්‍ර අභ්‍යාසය

(1) (i) 20cm (ii) 24cm

(2) (i) 8cm

(3) (i) $48cm^2$

(4) (i) 8cm (ii) 16cm

(5) (i) 17cm (ii) 16cm

8.1 අභ්‍යාසය

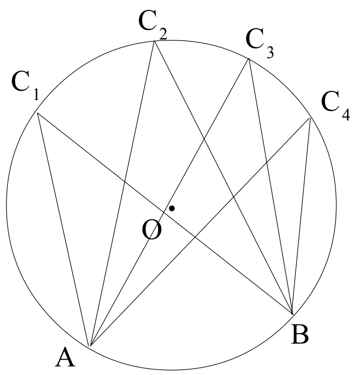
(1) (i) $X\hat{O}Y$ (ii) $X\hat{L}Y$

(2) (i) SOU පරාවර්ත කෝණය (ii) SKU මහා කෝණය

(3) (a) එකයි.

(b) අනන්තයි. (අප්‍රමාණයි)

වෘත්තය මත ඕනෑම ලක්ෂ්‍යකට A සිට හා B සිට රේඛා ඇඳීමෙන් කෝණ අප්‍රමාණව ලැබේ.



(4) (i) $A\hat{O}B$ (ii) $A\hat{D}B$ (iii) AOB පරාවර්ත කෝණය (iv) $A\hat{C}B$

(5) (i) $P\hat{O}Q$ (ii) $P\hat{R}Q, P\hat{S}Q$ (iii) $R\hat{P}S$, $R\hat{Q}S$

(iv) PRSQ ඛණ්ඩයෙහි කෝණ යුගලයක් $P\hat{R}Q$ හා $P\hat{S}Q$

(6) (i) EDCB මහා වෘත්ත චාපය මගින් (ii) $E\hat{F}B$

(iii) FC

(iv) FABCD මහා වෘත්ත චාපය මගින් (v) නැත.

8.2 අභ්‍යාසය

(1) (i) $x = 64^0$ (ii) $x = 47^0$ (iii) $x = 115^0$

(iv) $y = 80^0$ (v) $b = 140^0$ (vi) $r = 90^0$

(vii) $a = 60^0$ · $b = 120^0$ (viii) $y = 110^0$ (ix) $a = 80^0$, $b = 40^0$

(x) $x = 70^0$ $y = 55^0$ (xi) $x = 90^0$ (xii) $b = 260^0$ $a = 100^0$ $c = 50^0$

(2) (i) $P\hat{Q}S = 55^0$, $P\hat{R}S = 55^0$

(3) $B\hat{A}C = 65^0$, $A\hat{C}B = 40^0$, $A\hat{B}C = 75^0$

(4) (i) $M\hat{L}Q = 44^0$ (ii) $L\hat{M}P = 79^0$ (iii) $P\hat{Q}L = 79^0$

(5) (i) $A\hat{O}B = 56^0$ (ii) $A\hat{T}O = 96^0$

(6) (i) $B\hat{E}D = 40^0$ (ii) $B\hat{E}D = B\hat{A}D$

(iii) $B\hat{C}D = 140^0$

(7) (i) AOB මහා කෝණය $= 130^0$ (ii) $B\hat{C}D = 65^0$

8.3 අභ්‍යාසය

(1) (i) $a = 50^0$ (ii) $y = 40^0$, $x = 40^0$

(iii) $b = 40^0$, $a = 30^0$ (iv) $a = 50^0$, $b = 25^0$

8.4 අභ්‍යාසය

(1) (i) $a = 90^0$ (ii) $a = b = 45^0$

(iii) $a = b = 40^0$ (iv) $b = 30^0$, $a = 60^0$

(v) $a = 75^0$, $b = 15^0$ (iv) $b = 27^0$, $c = 27^0$, $a = 63^0$

(2) $B\hat{E}D = 130^0$ $C\hat{B}E = 50^0$ $C\hat{D}E = 90^0$ $D\hat{C}B = 90^0$

(3) $S\hat{R}Q = 109^0$

(4) (i) $A\hat{B}C = 90^0$ (ii) $A\hat{D}B = 45^0$

8. මිශ්‍ර අභ්‍යාසය

(1) (i) $P\hat{Q}R = 107^0$ (ii) $Q\hat{R}S = 122^0$

9.1 අභ්‍යාසය

(1) (i) KLMN

වෘත්ත චතුරස්‍රයක් වේ.

ශීර්ෂ හතරම වෘත්තයක් මත පිහිටා ඇති නිසා.

(ii) OPQR

වෘත්ත චතුරස්‍රයක් නො වේ.

ශීර්ෂ හතරම වෘත්තයක් මත නොපිහිටි නිසා.

(iii) ABCD

වෘත්ත චතුරස්‍රයක් වේ.

ශීර්ෂ හතරම වෘත්තයක් මත පිහිටා ඇති නිසා.

(iv) STUV

වෘත්ත චතුරස්‍රයක් නො වේ.

ශීර්ෂ හතරම වෘත්තයක් මත නොපිහිටි නිසා.

(v) LMNO

වෘත්ත චතුරස්‍රයක් වේ.

ශීර්ෂ හතරම වෘත්තයක් මත පිහිටා ඇති නිසා.

(vi) CDEF

වෘත්ත චතුරස්‍රයක් නො වේ.

ශීර්ෂ හතරම වෘත්තයක් මත නොපිහිටි නිසා.

(vii) EFGH

වෘත්ත චතුරස්‍රයක් වේ.

ශීර්ෂ හතරම වෘත්තයක් මත පිහිටා ඇති නිසා.

(viii) ABCD

වෘත්ත චතුරස්‍රයක් නො වේ.

ශීර්ෂ හතරම වෘත්තයක් මත නො පිහිටි නිසා.

9.2 අභ්‍යාසය

(1) (i) $a+110^0 = 180^0$ (වෘත්ත චතුරස්‍රයේ සම්මුඛ කෝණ)

$a = 180^0 - 110^0$

$a = 70^0$

$b+105^0 = 180^0$ (වෘත්ත චතුරස්‍රයේ සම්මුඛ කෝණ)

$b = 180^0 - 105^0$

$a = 75^0$

(ii) $x+3x = 180^0$ (වෘත්ත චතුරස්‍රයේ සම්මුඛ කෝණ)

$4x = 180^0$

$x = \frac{180}{4}$

$x = 45^0$

(2) (i) $x = 40^0$ (ii) $a = 36^0$ (iii) $x = 90^0$

$y = 85^0$ $2a = 72^0$ $y = 105^0$

$3a = 108^0$

(iv) $a = 20^0$ (v) $a = 110^0$ (vi) $x = 65^0$

$b = 120^0$ $y = 115^0$

(3) (i) $\hat{S} + \hat{Q} = 180^0$ (වෘත්ත චතුරස්‍රයේ සම්මුඛ කෝණ)

නමුත් $\hat{S} = \hat{Q}$

$\therefore \hat{Q} + \hat{Q} = 180^0$

$2\hat{Q} = 180^0$

$\hat{Q} = 90^0$

(ii) PR වෘත්තයේ විශ්කම්භයක් වේ.

(iii) $P\hat{Q}R$ හි අගය 90^0 වන බැවින් PR විශ්කම්භයක් වේ. (අර්ධ වෘත්තයේ කෝණය සෘජුකෝණයකි)

(4) (i) PQRT හා PQRS (ii) $P\hat{T}R = 48^0$ (iii) $P\hat{Q}R = 132^0$ (iv) $P\hat{O}R = 96^0$

(5) (i) $2A\hat{B}C = A\hat{O}C$ (ii) $2A\hat{D}C = A\hat{O}C$ පරාවර්ත

(iii) $A\hat{B}C + A\hat{D}C = 180^0$ (iv) $B\hat{A}D + B\hat{C}D = 180^0$

9.3 අභ්‍යාසය

(1) (i) $x + 50^0 = 95^0$ (වෘත්ත චතුරස්‍රයක පාදයක් දික් කිරීමෙන් සෑදෙන බාහිර කෝණය අභ්‍යන්තර සම්මුඛ කෝණයට සමාන වේ.)

$x = 95^0 - 50^0$

$x = 45^0$

(ii) $2y = 150^0$ (වෘත්ත චතුරස්‍රයක පාදයක් දික් කිරීමෙන් සෑදෙන බාහිර කෝණය අභ්‍යන්තර සම්මුඛ කෝණයට සමාන වේ.)

$y = 75^0$

$x = y$ (වෘත්ත චතුරස්‍රයක පාදයක් දික් කිරීමෙන් සෑදෙන බාහිර කෝණය අභ්‍යන්තර සම්මුඛ කෝණයට සමාන වේ.)

$x = 75^0$

(2) (i) $x = 100^0$ (ii) $a = 35^0$ (iii) $x = 85^0$

$y = 100^0$ $y = 65^0$

(iv) $a = 109^0$ (v) $x = 40^0$ (vi) $a = 55^0$

$b = 71^0$ $y = 100^0$ $b = 65^0$

$c = 109^0$ $c = 120^0$

$d = 71^0$ $d = 30^0$

(3) (i) $P\hat{Q}R + P\hat{S}R = 180^0$ (ii) $P\hat{Q}R + P\hat{Q}T = 180^0$

(iii) $P\hat{S}R + R\hat{Q}T$

9. මිශ්‍ර අභ්‍යාසය

(3) (i) $A\hat{D}B$ හෝ $A\hat{C}B$

(ii) $A\hat{B}C = 50^0$ (වෘත්ත චතුරස්‍රයක සම්මුඛ කෝණ පරිපූරක වේ.)

10.1 අභ්‍යාසය

(1) (i) $x = 60^0$ (ii) $y = 80^0$ $x = 50^0$

(iii) $x = 20^0$ (iv) $x = 80^0$

(2) (i) $Q\hat{O}S = 60^0$ (ii) $Q\hat{S}O = 60^0$ (iii) $Q\hat{S}R = 30^0$

(iv) $Q\hat{P}S = 30^0$ (v) $P\hat{S}T = 60^0$

(3) $OR^2 = OQ^2 - RQ^2$

$= (10)^2 - (8)^2$

$= 100 - 64$

$= 36\ cm^2$

$OR = 6cm^2$

වෘත්තයේ වර්ගඵලය $= \pi r^2$

$= \pi \times (OR)^2$

$= 36\pi\ cm^2$

(4) 8cm

(5) $3x + 2x + x = 180^0$

$6x = 180^0$

$x = 30^0$

$\therefore\ 3x = 90^0$

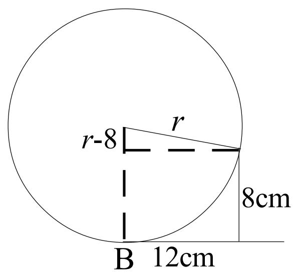
$O\hat{Q}R = 90^0$ නිසා

PR රේඛාව Q හි දී වෘත්තයට ස්පර්ශ වේ.

(6) (i) $D\hat{B}C = 20^0$ (ii) $D\hat{B}C = 40^0$

(7) $PQ = \sqrt{306}cm$

(8) වෘත්තයේ අරය r නම්



$r^2 = (r-8)^2 + 12^2$

$r^2 = r^2 - 16r + 64 + 144$

$16r = 208$

$r = \frac{208}{16}$

$r = 13cm$

(9) DB $= x$ නම්

$(5 + x)^2 = 5^2 + 12^2$

$25 + 10x + x^2 = 25 + 144$

$x^2 + 10x - 144 = 0$

$(x + 18)(x - 8) = 0$

$(x = -18$ හෝ $x = 8$

දිගක් සෘණ විය නොහැකි නිසා

DB = 8cm

10.2 අභ්‍යාසය

(1) (i) $x = 150^0$ $y = 30^0$ (ii) $x = 120^0$

(iii) $x = 150^0$ (iv) $x = 25^0$ (v) $x = 20^0$ $y = 80^0$

(2) 4cm

(3) 24cm

(4) 24cm

(5) (i) 4cm (ii) 30cm

(6) 17.42cm^2

(7) 13cm

(8) 32cm

(9) $A\hat{O}B = 140^0$

10.3 අභ්‍යාසය

(1) (i) $x = 46^0$ $y = 84^0$ (ii) $x = 120^0$

(iii) $x = 150^0$ (iv) $x = 80^0$

(v) $x = 70^0$ $y = 50^0$ (vi) $x = 25^0$ $y = 30^0$